

А.П. Левич

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
г. Москва*

КАТЕГОРИИ, ФУНКТОРЫ, ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ, ЭНТРОПИЯ И ЭКСТРЕМАЛЬНЫЕ ПРИНЦИПЫ В МОДЕЛИРОВАНИИ СИСТЕМ

Готфрид Вильгельм Лейбниц считал, что в мире действуют экстремальные принципы потому, что мы с вами живем в «лучшем из миров». В докладе предложено додумать эту мысль – в чем конкретно наш мир так хорош, что экстремальные принципы имеют к нему действенное отношение. Мотив исследования – не только любопытство, но и потребность науки в поиске законов изменчивости систем, особенно в тех исследовательских областях, в которых гениальное угадывание фундаментальных уравнений ещё не свершилось.

Открытие экстремальных принципов в свое время породило надежду подойти к законам природы не только «снизу», путем индукции, обобщения фактов, но и «сверху», путем дедукции от экстремальных принципов. Эйлер, в частности, считал, что для этого нужно только путем общих «метафизических» рассуждений найти ту величину, которую «экономит» природа в данной области знания (т.е. «целевую функцию», «функционал») и сформулировать соответствующий экстремальный принцип. В скрытом виде этот принцип содержит все нужные законы, и получить их в явной форме – дело простой математической ловкости. Несмотря на соблазнительную простоту этой программы, реализовать ее ни разу не удалось – ни самому Эйлеру, ни тем, кто пытался следовать за ним. Причина этого достаточно очевидна: не существовало никакого регулярного метода для отыскания экстремизируемой величины.

Широкое распространение в науках естественного и гуманитарного циклов получил принцип максимума энтропии. С его помощью решают задачи в статистической физике, экологии, математике, лингвистике, кибернетике, экономике, психологии, теориях

коммуникаций, надежности, распознавания образов и т.д. Основная проблема в применении этого принципа состоит в отсутствии явных процедур для сопоставления каждой из исследуемых систем адекватного её природе энтропийного функционала. Даже в прародительнице энтропии – статистической физике – подходы к расчету энтропии в интересующих исследователя случаях крайне ограничены (как сетовал И. Пригожин, «формулировка второго начала с точки зрения современного физика представляет собой скорее программу, чем утверждение, допускающее однозначную интерпретацию, так как ни Томпсон, ни Клаузиус не указали точный рецепт, позволяющий выразить изменение энтропии через наблюдаемые величины»).

Применение теории категорий и функторов для описания систем позволяет, во-первых, обнаружить естественную математическую формулировку экстремального принципа для отбора реально осуществляющихся состояний системы из всех ее потенциально возможных состояний и, во-вторых, предложить строгий метод для расчета соответствующих экстремальному принципу функционалов. Поиск экстремума этих функционалов методами вариационного анализа приводит к точному количественному описанию состояний моделируемых систем.

Пользуясь производственной терминологией, можно предложить метафору: решение уравнений – методически оснащенное ремесло, хорошо развитая научная технология (требующая, однако, как и любая другая профессиональная деятельность и таланта, и озарения, и везения). Создание же уравнений (и предшествующие созданию этапы построения теории) – ручная, штучная работа, граничащая с искусством правдоподобных рассуждений, полуэмпирических доводов и интуитивных предвидений. Таким образом, на долю ИСКУССТВА модельера оставлены: выбор формальной структуры, отражающей, по его мнению, свойства моделируемой системы; конструирование соответствующей выбранной структуре математической категории; выявление ресурсов, порождающих и ограничивающих изменчивость системы. Дальнейшие шаги – расчёты экстремизируемых функционалов, постановка вариационной задачи и её решение (либо соответствующих ей уравнений Эйлера–Лагранжа) – подвластны МЕТОДУ функторных инвариантов.

Предложенный в докладе подход предлагает читателю пути снижения доли субъективной и лишённой систематических методов деятельности по угадыванию законов изменчивости, т.е. снижение

доли ИСКУССТВА модельера, в пользу алгоритмизируемых процедур их вывода, т.е. в пользу строгого МЕТОДА для поиска уравнений обобщённого движения.

Литература

1. *Левич А.П.* Искусство и метод в моделировании систем: вариационные методы в экологии сообществ, структурные и экстремальные принципы, категории и функторы. М.; Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2012.
2. *Левич А.П.* Искусство и метод в моделировании систем: время как необратимый ресурс // Необратимые процессы в науке и технике: материалы VII Всерос. конф. М.: МГТУ, 2013. Ч. I. С. 61–64.
3. *Левич А.П.* Вариационное моделирование в экологии сообществ: вывод целевых функций, теоремы и задачи. Saarbrücken: Palmarium Academic Publishing, 2015.
4. *Mikhailovsky G.E., Levich A.P.* Entropy, Information and Complexity or Which Aims the Arrow of Time? // Entropy. 2015. Vol. 17. P. 4863–4890.