

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Сборник материалов
VII Международной научной конференции,
посвященной памяти С.С. Ефимова

(Омск, 22 ноября 2019 г.)

© ФГБОУ ВО «ОмГУ им. Ф.М. Достоевского», 2020

ISBN 978-5-7779-2458-2



2020

УДК 004+519+316
ББК 22.18я43+32.973я43
М340

Рецензенты:

канд. физ.-мат. наук, доцент *Н.Ф. Богаченко*,
канд. техн. наук, доцент *Д.Н. Лавров*

Ответственный за выпуск

канд. физ.-мат. наук, доцент *И.П. Бесценный*

М340 Математическое и компьютерное моделирование [Электронный ресурс] : сборник материалов VII Международной научной конференции, посвященной памяти С.С. Ефимова (Омск, 22 ноября 2019 г.) / [отв. за вып. И. П. Бесценный]. – Омск : Изд-во Ом. гос. ун-та, 2020. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) ; 12 см.

ISBN 978-5-7779-2458-2

В настоящий сборник включены тезисы докладов, присланные на VII Международную научную конференцию «Математическое и компьютерное моделирование». Она состоялась на факультете компьютерных наук ОмГУ им. Ф.М. Достоевского 22 ноября 2019 г. и была посвящена памяти С.С. Ефимова.

Для магистрантов, аспирантов и научных работников.

УДК 004+519+316

ББК 22.18я43+32.973я43

ISBN 978-5-7779-2458-2

© Оформление. ФГБОУ ВО «ОмГУ
им. Ф.М. Достоевского», 2020

Издается в соответствии с оригиналом,
предоставленным редакционной коллегией

Технический редактор Е.В. Лозовая

Дата выпуска: 03.03.2020.
1 электрон. опт. диск (CD-ROM); 12 см.
Тираж 7 копий. Объем 1,6 Мб.

Издательство
Омского государственного университета им. Ф.М. Достоевского
644077, г. Омск, пр. Мира, 55а
тел.: 8(3812) 67-32-55, 64-30-61, 64-13-07

Содержание

Ефимов Сергей Сергеевич (13.11.1956 – 16.06.2013)	8
<i>Гусс С.В.</i> Из воспоминаний о С.С. Ефимове как о руководителе и коллеге.....	11

Секция «Математика»

<i>Бородич С.М.</i> Об асимптотике решений одного неавтономного параболического уравнения, содержащего малый параметр	14
<i>Никитин А.И.</i> Единственность решений начально-краевой задачи для системы линейных параболических уравнений с нелокальными граничными условиями Неймана	17
<i>Гладков А.Л., Кавитова Т.В.</i> О глобальной разрешимости начально-краевой задачи для нелинейного параболического уравнения с нелинейным нелокальным граничным условием.....	19
<i>Данилова О.Ю., Телкова С.А.</i> Бифуркации экстремалей для нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка.....	21
<i>Ерovenko В.А.</i> О существенных спектрах дифференциальных операторов в банаховых пространствах L^p	24
<i>Ерovenko В.А., Мартон М.В.</i> Высказывание Монтезя «об уме» в когнитивном контексте трехслойной педагогики математики для студентов-химиков	27
<i>Михайлова Н.В.</i> Обоснование и понимание как проблема методики преподавания математики в техническом университете	31
<i>Матейко О.М., Сташулёнок С.П.</i> Вероятностно- статистические модели в курсе высшей математики на факультете географии и геоинформатики БГУ.....	35
<i>Гутор А.Г., Сташулёнок С.П.</i> Применение статистических критериев Манна – Уитни и Вилкоксона в исследованиях эффективности обучения	38
<i>Базилевский М.П.</i> Двухфакторная модель полностью линейной регрессии с множеством выходных переменных.....	41
<i>Гринь А.Г.</i> Обобщение теоремы М. Пелиград.....	44

<i>Шовин В.А.</i> Факторный анализ качественных показателей	47
<i>Ильев А.В., Ильев В.П.</i> Об аксиоматизируемости финитарных матроидов	50
<i>Голубятников В.П.</i> Зацепление хопфа в одной модели генной сети	52
<i>Кириллова Н.Е., Минушкина Л.С.</i> Алгоритм дискретизации цикла в моделях кольцевых генных сетей	55
<i>Кабанов А.Н.</i> Универсальный элемент группы унитарных автоморфизмов	58
<i>Котюргина А.С., Федорова Е.И., Никитин Ю.Б.</i> Динамика результатов ЕГЭ по математике в Омской области	60

Секция

«Кибернетика и моделирование»

<i>Kreinovich V., Krymsky V.</i> How hard is a given general problem? A practitioner's view and its relation to NP-hardness and to average computation time	61
<i>Kosheleva O., Kreinovich V.</i> Quantum physics explains the existence of matter	64
<i>Wiese K.J., Fedorenko A.A.</i> Field theories for loop-erased random walks	67
<i>Бухаров Д.Н., Кучерик А.О., Аракелян С.М., Самышкин В.Д., Назаренко Б.С.</i> Моделирование структуры островковой нанопленки PbTe, осажденной из коллоида, в приближении фрактального броуновского движения	70
<i>Ерёмин А.М., Захаров П.В., Старостенков М.Д.</i> Компьютерное моделирование высокоамплитудных возбуждений кристаллической решетки CuPt ₇	73
<i>Верзунов С.Н., Лыченко Н.М.</i> Краткосрочное прогнозирование индекса качества воздуха на основе ARIMA-моделей	76
<i>Жук А.П., Орел Д.В., Жук Е.П.</i> Моделирование процесса воздействия активных помех на устойчивость работы глобальной навигационной спутниковой системы	79
<i>Жук А.П., Студеникин А.В., Жук Е.П.</i> Моделирование ортогональных сигналов для перспективных систем коротковолновой радиосвязи	82
<i>Рабинович Е.В.</i> Модель 5 водных диссипативных систем организма человека	85

<i>Гольятин В.В., Диденко Н.А., Надей Е.В.</i> Формирование прогностических таблиц аллергических триггеров «пыльца деревьев»	88
<i>Еремеев А.В., Коваленко Ю.В.</i> О переносе моделей меметики в эвристические методы решения задач оптимизации.....	91
<i>Володченкова Л.А., Гуц А.К.</i> Математическое описание вторичной сукцессии елового леса	94

**Секция
«Социокибернетика»**

<i>Nevarez E., Caylor J.R., Faith J.L., Martinez Huerta I.I., Kosheleva O., Kreinovich V.</i> Why we mostly use 2-, 3- and 5-based number systems?.....	97
<i>Kosheleva O., Kreinovich V.</i> Why semantic space is 300-dimensional: a possible explanation	100
<i>Чупин Р.И., Логинов К.К., Цатурян А.С.</i> Сценарное прогнозирование социального развития региона с применением элементов байесовского-статистического подхода.....	102
<i>Филимонов В.А.</i> Искусственный интеллект-2030: взгляд из-под ЗОНТа-2019.....	109
<i>Опарина Т.М.</i> Проектирование графовой базы данных для социологических исследований социальных сетей.....	112
<i>Дейнеко Д.Ф.</i> Структура общественных пространств города Омска в воображаемой идентичности горожан.....	115
<i>Шпак В.А.</i> Использование компьютерных и математических методов для моделирования развития туризма	117

**Секция
«Компьютерные науки и информационная безопасность»**

<i>Alvarez R., Galindo O., Krenovich V.</i> Why quantum algorithms only use real-valued amplitudes: a possible explanation.....	120
<i>Гулина О.В., Мартон М.В.</i> Образовательная деятельность студента в условиях компьютерно-информационной перегрузки	123
<i>Семочкина Е.В.</i> Анализ трудоемкости бесплатных приемов увеличения посещаемости сайта с применением имитационного моделирования.....	126

<i>Сосинская С.С., Рогачева С.А.</i> Классификация выборки сведений о квалификации преподавателей с помощью многослойного персептрона	128
<i>Копылов А.Н.</i> Особенности программной реализации четырехслойных нейросетевых декодеров линейных блочных кодов	130
<i>Синегубова С.В., Синегубов С.В.</i> Модель взаимосвязи классов защищенности и требований к ним	133
<i>Шехтман Л.И., Каримов Р.Р., Шаяхметова Д.И.</i> Информационная поддержка управления группой дистанционного сервисного обслуживания банковского учреждения	136
<i>Вахний Т.В., Гуц А.К., Заполин В.С.</i> Применение биматричных и иерархических игр для оптимизации защиты компьютерных систем	139
<i>Тюменцев Е.А., Карев М.Ю.</i> Концепция плагина к IDE для повышения эффективности работы с ИОС контейнером	142
<i>Ольгина И.Г.</i> Метод определения важных узлов сети с учетом релевантных мер центральности	144
<i>Сиганов И.Д.</i> Обзор методов трансформации портрета человека в аниме стиль	147
<i>Дейнеко Т.А.</i> Описание проблем перехода к автоматизированному составлению расписания учебного процесса в ОмГУ	150
<i>Богаченко Н.Ф., Лавров Д.Н., Стукен Т.Ю.</i> Анализ данных государственной службы занятости населения о взаимодействии с безработными гражданами	152
<i>Костюшина Е.А., Лаптев А.А.</i> Использование результатов планирования педагогической работы профессорско-преподавательского состава с целью определения рентабельности образовательной программы	157
<i>Вахний Т.В., Зиновьев С.А., Бесценный И.П.</i> Теоретико-игровой подход к защите компьютерных систем и алгоритм «Thompson sampling»	160



ЕФИМОВ СЕРГЕЙ СЕРГЕЕВИЧ
(13.11.1956 – 16.06.2013)

Окончил с отличием факультет автоматизации Омского политехнического института в 1979 году по специальности «Электронные вычислительные машины», квалификация – инженер-системотехник. С 1979 по 2004 год работал в ОмПИ (ныне Омский государственный технический университет) сначала в должности ассистента, потом старшего преподавателя, доцента.

Студенты под его руководством разрабатывали новые программы для ЭВМ, их дипломные работы были представлены на конференциях и конкурсах различного уровня от внутривузовского до международного. 28 студенческих работ были отмечены дипломами и грамотами различного уровня (I, II, III степени, лауреаты, за активное участие). В 1983 году Сергей Сергеевич был награждён дипломом за научное руководство студенческой работой, отмеченной званием «Лауреат всероссийского конкурса». Неоднократно принимал участие в организации и проведении олимпиад по программированию факультетского, вузовского и городского уровней среди студентов и школьников г. Ом-

ска. Участвовал в организации и проведении студенческих конференций.

В 1985 году защитил диссертацию по специальности «Элементы и устройства вычислительной техники и систем управления», получил степень кандидата технических наук. В 1990 году присвоено звание доцента по кафедре прикладной математики.

Его деятельность была тесно связана с микропроцессорами и программированием. Программы, разработанные им самими и совместно со студентами, отмечены более чем 20 свидетельствами об официальной регистрации в Отраслевом фонде алгоритмов и программ РФ, в Федеральной службе по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Получено 12 авторских свидетельств на изобретения. В 1986 году присвоено почётное звание «Изобретатель СССР».

По линии общества «Знание» проводил курсы по изучению персональных компьютеров и программирования в Омском Радиотелецентре, в Омском Селекцентре, в НИИ двигателей, в Доме техники НТО, в НТО РЭС имени А.С. Попова и в других организациях г. Омска.

С 2004 по 2013 год работал на кафедре вычислительных систем факультета компьютерных наук ОмГУ им. Ф.М. Достоевского. Прививал студентам интерес к научным исследованиям, в том числе касающихся применения игровых и лингвистических технологий в образовании. На рынке программных продуктов тогда не существовало доступных учебных приложений для преподавателей, которые могли бы автоматизировать проверку знаний большого потока студентов. Чтобы сконцентрировать их внимание на занятиях, были спроектированы и разработаны приложения (например, «Конструктор кроссвордов»), которые помогают запомнить самые важные понятия и проводят тестирование на качество усвоения этих понятий.

В 2005 году присвоено звание «Ветеран труда Омской области».

Сергей Сергеевич опубликовал более 30 учебно-методических и 60 научных работ, в том числе два учебных пособия с грифом УМО, учебник, монография «Параллельное программирование».

Активная научно-педагогическая деятельность Сергея Сергеевича сочеталась с работой в качестве председателя учебно-методической комиссии факультета компьютерных наук, члена учебно-методического Совета ОмГУ, ученого секретаря ученого совета ФКН, члена редколлегии ВАКовского журнала «Вестник Омского университета». Много уделял внимания лыжному и велосипедному спорту.

В 2008 году награжден Почетной грамотой Министерства образования и науки Российской Федерации.

В 2011 году удостоен звания «Почетный работник высшего профессионального образования и науки Российской Федерации».

В 2013 году Сергей Сергеевич завершил написание докторской диссертации. Но в июне погиб на дороге недалеко от Москаленок во время велосипедной поездки. Из-за беспечного автомобилиста факультет компьютерных наук потерял одного из своих лучших преподавателей.

С.В. Гусс

*Омский государственный университет
им. Ф.М. Достоевского, г. Омск, Россия*

ИЗ ВОСПОМИНАНИЙ О С.С. ЕФИМОВЕ КАК О РУКОВОДИТЕЛЕ И КОЛЛЕГЕ

Наше профессиональное знакомство и сотрудничество с Ефимовым Сергеем Сергеевичем началось в 2006 году, когда я попросил его стать моим научным руководителем курсового проекта на кафедре вычислительных систем факультета компьютерных наук. Во время нашего первого с ним разговора, он произвёл впечатление добросовестного и очень требовательного человека. Уже после первых практических результатов (игровое программное приложение «Знатоки» для развития навыков словообразования и повышения словарного запаса), он настоял на том, чтобы я выступил на Международной конференции «Инновационные технологии в повышении качества образования». Это дало мне большой импульс к дальнейшему развитию в этой области. Сергей Сергеевич умел не только уговорить, но и заинтересовать темой исследования.

Интерес к исследованиям, касающимся применения игровых технологий в образовании, был не случаен. В то время (2007–2011) на рынке программных продуктов не существовало доступных учебных приложений для преподавателей, которые могли бы стать достойным ассистентом, автоматизирующим и облегчающим проверку знаний большого потока студентов. Будучи студентом, выполнявшим под его руководством курсовой и впоследствии дипломный проект, мне часто приходилось участвовать с ним в обсуждениях практической целесообразности того или иного решения. Совместно с Сергеем Сергеевичем мы разработали ряд программных продуктов для тестирования студентов, в основном вечерней и заочной форм обучения. Таким студентам зачастую сложно воспринимать новый материал, и их нужно как-то заинтересовать, пробудить «аппетит к новым знаниям». Для

чего необходимо отвлечь студентов от повседневной действительности и сконцентрировать их внимание на предмете. Сергей Сергеевич предложил мне, как студенту, выполняющему под его руководством курсовой проект, сделать это с помощью так называемых учебных лингвистических игр, причём сам процесс хотелось автоматизировать. Были спроектированы и разработаны учебные приложения, которые помогают запомнить самые важные понятия из пройденного на лекции материала, с одной стороны. А с другой, с помощью этих приложений можно было провести тестирование на качество усвоения этих самых понятий, что в основном использовалось в качестве допуска к выполнению лабораторных работ, и, в некоторых случаях, финального тестирования по теме (например, по таким предметам, как системное программное обеспечение, технологии программирования и т.д.). Одним из таких приложений, был «Конструктор кроссвордов» [1]. Более подробно о разработанных проектах можно узнать из [2–3]. Система позволяла сгенерировать кроссворд из поданных на вход слов с определениями, который можно было затем загружать в специально созданную систему обучения и тестирования, либо распечатать на листе бумаги и выдавать студентам на практических занятиях.

Помимо технических аспектов, как научный руководитель, он обращал моё внимание на вопросы эргономики. Мы интересовались и анализировали в процессе тестирования наших продуктов на практических занятиях, как студенты реагируют на те или иные компоненты графического интерфейса, их цвет и форму, размер и тип шрифтов. Всё это делалось для того, чтобы учесть особенности работы студентов, а также грамотно спланировать учебный процесс. Обсуждали, сколько времени стоит выделять в рамках занятия на тренировочную часть, а сколько на тестовую. Как наиболее продуктивно связать это с переходом к выполнению лабораторных работ. Изучали на различных группах, приносят ли наши игровые проекты пользу или нет. Из всего сказанного можно сделать вывод, что Сергей Сергеевич был человеком увлечённым своим делом, не жалел времени на общение со студентами, был хорошим собеседником и помощником.

Затем Сергей Сергеевич был моим консультантом в аспирантуре. У нас были совместные статьи, одна из них опубликована в [4]. И, несмотря на то, что мы всё больше говорили о технической стороне разработки программного обеспечения, вопрос о повышении качества образования с помощью «серьёзных игр» оставался открытым. Стоит также упомянуть, что порядка четырёх лет мы были коллегами, преподавали на одной кафедре. Сергей Сергеевич и здесь не оставался безучастным, давал советы по руководству студентами, иногда рекомендовал ознакомиться с определённой статьёй или научным трудом по учебной работе.

Литература

1. Свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2008613091 «Конструктор кроссвордов» / Гусс С.В., Ефимов С.С. заявка № 2008612211; дата поступления: 21.05.2008; дата регистрации: 27.06.2008.
2. *Гусс С.В.* Обучающие программы на основе игр лингвистической направленности // Информатика и образование. 2009. № 11. С. 123–124.
3. *Гусс С.В.* Использование компьютерных лингвистических игр в процессе обучения // Открытое образование. 2010. № 1 (78). С. 18–29.
4. *Гусс С.В., Ефимов С.С.* Критерии планирования и оценки качества обучающих программных средств, разработанных на базе повторно используемых компонентов // Вестник Омского университета. 2011. № 4 (62). С. 175–177.

УДК 517.94

С.М. Бородич

*Витебский государственный университет имени П.М. Машиерова,
г. Витебск, Беларусь*

**ОБ АСИМПТОТИКЕ РЕШЕНИЙ ОДНОГО НЕАВТОНОМНОГО
ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ,
СОДЕРЖАЩЕГО МАЛЫЙ ПАРАМЕТР**

Рассматривается неавтономное параболическое уравнение $\partial_t u = \Delta u - f(u) - \varphi(u, t, \varepsilon) - g(x)$, $x \in \Omega$, $t \geq 0$, $u|_{x \in \partial\Omega} = 0$, (1) где ε – малый параметр, $|\varepsilon| \leq \varepsilon_0$, $\varepsilon_0 > 0$, Ω – ограниченная область в \mathbf{R}^n с гладкой границей $\partial\Omega$, $f(u) \in C^{1+\alpha}(\mathbf{R})$, $0 < \alpha < 1$, $\varphi(u, t, \varepsilon)$ – класса C^1 по u и ε и непрерывна по t , $g(x) \in L_2(\Omega)$. Предполагается, что

$$\varphi(u, t, 0) = 0, \tag{2}$$

$$(f(u) + \varphi(u, t, \varepsilon))u \geq -C, \quad f'(u) + \varphi'_u(u, t, \varepsilon) \geq -C,$$

$$|f'(u)| + |\varphi'_u(u, t, \varepsilon)| \leq C(1 + |u|^{p-1}), \quad |\varphi'_u(u, t, \varepsilon)| \leq C(1 + |u|^p),$$

$$p \leq \frac{n}{n-2}, \quad F(u) = \int_0^u f(s) ds \geq -C$$

для всех $u \in \mathbf{R}$, $t \geq 0$, $\varepsilon \in [-\varepsilon_0, \varepsilon_0]$.

Пусть $E = H_0^1(\Omega)$. При любом ε , $|\varepsilon| \leq \varepsilon_0$, и любых $T > 0$ и $u_0 \in E$ уравнение (1) имеет единственное решение $u(t, \varepsilon)$, принадлежащее классу

$$V = L_\infty([0, T], L_2(\Omega)) \cap L_2([0, T], E)$$

и удовлетворяющее начальному условию $u|_{t=0} = u_0$ (см. [1]).

В силу условия (2) уравнение (1) автономно при $\varepsilon = 0$. В этом случае оно порождает в пространстве E полугруппу операторов $\{S_t, t \geq 0\}$, сопоставляющих начальному значению $u_0 \in E$ значение соответствующего решения в момент времени t .

Пусть $z \in E$ – стационарная точка полугруппы $\{S_t\}$. Обозначим через $M^H(z)$ совокупность всех точек $u \in E$, через которые проходят траектории $S_t u_0$, продолжаемые для всех $t \leq 0$ и удовлетворяющие условию: $S_t u_0 \rightarrow z$ в E при $t \rightarrow -\infty$.

Будем предполагать, что функция $g(x)$ является регулярным значением оператора $Av = \Delta v - f(v)$, $v \in H_0^1(\Omega) \cap H^2(\Omega)$. В этом случае полугруппа $\{S_t\}$ имеет конечное множество стационарных точек $\{z_1, \dots, z_n\}$ и, кроме того, множества $M^H(z_i)$ являются гладкими конечномерными многообразиями (см. [2]).

Пусть B – ограниченное в E множество, $U_\varepsilon(B)$ – совокупность всех решений уравнения (1) с начальными условиями из множества B , определенных при $t \geq 0$. Под *семейством составных предельных траекторий, соответствующих $U_\varepsilon(B)$* , будем понимать совокупность кусочно-непрерывных по t траекторий $\tilde{u}(t)$ полугруппы $\{S_t\}$, таких, что: 1) число точек разрыва $\tilde{u}(t)$ конечно; 2) $\tilde{u}(t) = S_t u_0$ при $0 \leq t < t_1$ для некоторых $u_0 \in B$ и $t_1 > 0$; 3) при $t \geq t_1$ $\tilde{u}(t)$ состоит из конечного числа непрерывных кусков траекторий полугруппы $\{S_t\}$, лежащих на конечномерных многообразиях $M^H(z_i)$.

Теорема. Для любого ограниченного в E множества B найдутся такие малые $\varepsilon_1 > 0$ и $q > 0$ и достаточно большое число

C_0 , что при $|\varepsilon| \leq \varepsilon_1$ для любого $u(\cdot, \varepsilon) \in U_\varepsilon(B)$ существует составная предельная траектория $\tilde{u}(t)$, такая, что $\tilde{u}(0) = u(0, \varepsilon)$ и

$$\sup_{t \geq 0} \|u(t, \varepsilon) - \tilde{u}(t)\|_E \leq C_0 |\varepsilon|^q.$$

Литература

1. *Лионс Ж.-Л.* Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М.: Мир, 1972.
2. *Бабин А.В., Вишик М.И.* Аттракторы эволюционных уравнений. – М.: Наука, 1989.

А.И. Никитин*Витебский государственный университет имени П.М. Машерова,
г. Витебск, Республика Беларусь***ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЙ
НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ
ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С НЕЛОКАЛЬНЫМИ
ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ НЕЙМАНА**

Рассматривается начально-краевая задача для системы линейных параболических уравнений с нелокальными граничными условиями:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_t = \Delta u + c_1(x, t)v, v_t = \Delta v + c_2(x, t)u, x \in \Omega, t > 0, \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} = \int_{\Omega} k_1(x, y, t)u^m(y, t)dy, x \in \partial\Omega, t > 0, \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} = \int_{\Omega} k_2(x, y, t)v^n(y, t)dy, x \in \partial\Omega, t > 0, \\ u(x, 0) = u_0(x), v(x, 0) = v_0(x), x \in \Omega, \end{array} \right. \quad (1)$$

где m, n – положительные постоянные, Ω – ограниченная область в \mathbb{R}^N ($N \geq 1$) с гладкой границей $\partial\Omega$, η – единичная внешняя нормаль к $\partial\Omega$.

Будем предполагать, что для задачи (1) выполнено следующее:

$$c_i(x, t) \in C_{loc}^{\alpha}(\overline{\Omega} \times [0, +\infty)), 0 < \alpha < 1, c_i(x, t) \geq 0, i = 1, 2;$$

$$k_i(x, y, t) \in C(\partial\Omega \times \overline{\Omega} \times [0, +\infty)), k_i(x, y, t) \geq 0, i = 1, 2;$$

$$u_0(x), v_0(x) \in C^1(\overline{\Omega}), u_0(x) \geq 0, v_0(x) \geq 0, \text{ в } \Omega;$$

$$\frac{\partial u_0(x)}{\partial \eta} = \int_{\Omega} k_1(x, y, 0)u_0^m(y)dy, \frac{\partial v_0(x)}{\partial \eta} = \int_{\Omega} k_2(x, y, 0)v_0^n(y)dy \text{ на } \partial\Omega.$$

Пусть $Q_T = \Omega \times (0, T)$.

Теорема 1. Пусть задача (1) имеет решение в Q_T с неотрицательными начальными данными в $\bar{\Omega}$, если $\min(m, n) \geq 1$, и с положительными начальными данными в $\bar{\Omega}$ в противном случае. Тогда решение задачи (1) единственно в Q_T .

Теорема 2. Пусть $\min(m, n) < 1$, $u_0(x) = v_0(x) \equiv 0$ и $(u(x, t), v(x, t))$ – решение задачи (1). Допустим, что выполнено хотя бы одно из следующих условий:

$k_1(x, y_1, t_1) > 0$ для любого $x \in \partial\Omega$ и некоторых $y_1 \in \partial\Omega$, $t_1 \in [0, T]$ и $m < 1$,

$k_2(x, y_2, t_2) > 0$ для любого $x \in \partial\Omega$ и некоторых $y_2 \in \partial\Omega$, $t_2 \in [0, T]$ и $n < 1$.

Тогда решение $(u(x, t), v(x, t))$ задачи (1) неединственно в Q_T .

Литература

1. *Никитин А.И.* Локальное существование решений начально-краевой задачи для системы полулинейных параболических уравнений с нелинейными нелокальными граничными условиями // *Вестник ВДУ.* 2016. № 5. С. 14–19.
2. *Никитин А.И.* О единственности решений начально-краевой задачи для системы полулинейных параболических уравнений с нелинейными нелокальными граничными условиями // *Труды Института математики.* 2017. Т. 25, № 2. С. 60–69.

А.Л. Гладков¹, Т.В. Кавитова²

¹Белорусский государственный университет, г. Минск, Беларусь
²Витебский государственный университет имени П.М. Машерова,
 г. Витебск, Беларусь

**О ГЛОБАЛЬНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ
 НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ
 ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ
 С НЕЛИНЕЙНЫМ НЕЛОКАЛЬНЫМ ГРАНИЧНЫМ УСЛОВИЕМ**

Рассматривается нелинейное параболическое уравнение

$$u_t = \Delta u + a(x,t)u^r \int_{\Omega} u^p(y,t)dy - b(x,t)u^q, \quad x \in \Omega, \quad t > 0, \quad (1)$$

с нелинейным нелокальным граничным условием

$$u(x,t) = \int_{\Omega} k(x,y,t)u^l(y,t)dy, \quad x \in \partial\Omega, \quad t > 0 \quad (2)$$

и начальным условием

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in \Omega, \quad (3)$$

где r, p, q, l – положительные постоянные, Ω – ограниченная область в \mathbf{R}^n , $n \geq 1$, с гладкой границей $\partial\Omega$.

Относительно данных задачи (1)–(3) делаются следующие предположения:

$$a(x,t), b(x,t) \in C_{loc}^{\alpha}(\overline{\Omega} \times [0, \infty)), \quad 0 < \alpha < 1, \quad a(x,t) \geq 0, \quad b(x,t) \geq 0;$$

$$k(x,y,t) \in C(\partial\Omega \times \overline{\Omega} \times [0, +\infty)), \quad k(x,y,t) \geq 0;$$

$$u_0(x) \in C(\overline{\Omega}), \quad u_0(x) \geq 0, \quad x \in \overline{\Omega}, \quad u_0(x) = \int_{\Omega} k(x,y,0)u_0^l(y)dy, \quad x \in \partial\Omega.$$

Устанавливаются условия существования глобальных решений задачи (1)–(3). Справедливо следующее утверждение.

Теорема. Пусть выполнено одно из следующих условий:

- 1) $\max(r + p, l) \leq 1$;
- 2) $b(x,t) > 0, \quad x \in \overline{\Omega}, \quad t \geq 0$, и

$$l \leq 1, 1 < r + p < q \text{ или } 1 < l < \frac{q+1}{2}, \max(r + p, 2p + 1), q.$$

Тогда задача (1)–(3) имеет глобальные решения при любых начальных данных.

Задача (1)–(3) с $a(x, t) \equiv 0$ рассматривалась в [1; 2].

Литература

1. Gladkov A., Guedda M. Blow-up problem for semilinear heat equation with absorption and a nonlocal boundary condition // *Nonlinear Analysis*. 2011. Vol. 74, № 13. P. 4573–4580.
2. Gladkov A., Guedda M. Semilinear heat equation with absorption and a nonlocal boundary condition // *Applicable Analysis*. 2012. Vol. 91, № 12. P. 2267–2276.

О.Ю. Данилова, С.А. Телкова

Воронежский институт МВД России, г. Воронеж, Россия

**БИФУРКАЦИИ ЭКСТРЕМАЛЕЙ
ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО ОБЫКНОВЕННОГО
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ
ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА**

Рассмотрим нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение четвертого порядка

$$\frac{d^4 p}{dx^4} + \kappa \frac{d^2 p}{dx^2} + \alpha p + p^3 = 0$$

при краевых условиях

$$p(0) = \frac{d^2 p}{dx^2}(0) = p(\pi) = \frac{d^2 p}{dx^2}(\pi) = 0,$$

где функция p определена на отрезке $[0, \pi]$. Решения данного дифференциального уравнения моделируют упругие системы и некоторые фазовые состояния кристаллов [1].

Это уравнение является уравнением Эйлера – Лагранжа экстремалей функционала

$$V(p, \kappa, \alpha) = \int_0^\pi \left(\frac{1}{2} \left(\frac{d^2 p}{dx^2} \right)^2 - \kappa \left(\frac{dp}{dx} \right)^2 + \alpha p^2 \right) + \frac{p^4}{4} dx,$$

где $\alpha > 0$. Функционал V определяется на пространстве E функций класса C^4 на отрезке $[0, \pi]$, удовлетворяющих заданным краевым условиям.

С помощью редукции Ляпунова – Шмидта [2] от данного функционала можно перейти к ключевой функции, которая зависит от двух ключевых переменных

$$W(\xi, \delta) = \inf_{p \in \langle p, e_1 \rangle = \xi_1, \langle p, e_2 \rangle = \xi_2} V(p, \alpha_1 + \delta_1, \kappa_1 + \delta_2), \quad \xi = (\xi_1, \xi_2), \\ \delta = (\delta_1, \delta_2),$$

$e_n = \sqrt{2/\pi} \sin(nx)$ – моды бифуркации.

Так как функционал V инвариантен относительно инволюций J_1, J_2 :

$$J_2(p)(x) = p(\pi - x), \quad J_1 = -J_2, \\ V(J_1(p)(x)) \equiv V(J_2(p)(x)) \equiv V(p),$$

то ключевая функция имеет симметрию прямоугольника:

$$W(-\zeta_1, \zeta_2, \delta_1, \delta_2) = W(\xi_1, -\xi_2, \delta_1, \delta_2) = W(\xi_1, \xi_2, \delta_1, \delta_2).$$

Отсюда вытекает асимптотическое представление

$$W(\xi, \delta) = U(\xi, \delta) + o(|\xi|^4) + O(|\xi|^4)O(|\delta|),$$

где $U(\xi, \delta) = V(\xi_1 e_1 + \xi_2 e_2, \delta)$ – ритцевская аппроксимация функционала V по модам e_1, e_2 .

Таким образом, ключевую функцию можно асимптотически представить в виде:

$$W(\xi, \delta) = \frac{\lambda_1}{2} \xi_1^2 + \frac{\lambda_2}{2} \xi_2^2 + A\xi_1^4 + 2B\xi_1^2\xi_2^2 + C\xi_2^4 + o(|\xi|^4) + O(|\xi|^4)O(|\delta|),$$

где

$$\lambda_1 = \delta_1 - \delta_2, \quad \lambda_2 = \delta_1 - 4\delta_2, \\ A = \int_0^\pi e_1^4 dx = \frac{3}{2\pi}, \quad B = \int_0^\pi e_1^2 e_2^2 dx = \frac{3}{\pi}, \quad C = \int_0^\pi e_2^4 dx = \frac{3}{2\pi}.$$

Сократим функцию на множитель $\frac{3}{\pi}$. В итоге получим ключевую функцию с нормализованной правой частью:

$$\widetilde{W}(\xi, \delta) = U(\xi, \delta) + o(|\xi|^4) + O(|\xi|^4)O(|\delta|), \\ \widetilde{U}(\xi, \delta) = \frac{\tilde{\lambda}_1}{2} \xi_1^2 + \frac{\tilde{\lambda}_2}{2} \xi_2^2 + \frac{1}{2}(\xi_1^4 + 4\xi_1^2\xi_2^2 + \xi_2^4).$$

По главной части $\widetilde{U}(\xi, \delta)$ ключевой функции $\widetilde{W}(\xi, \delta)$ определяется бифуркационная картина критических точек. Количество и тип особых точек будем описывать при помощи bif-раскладов (тройки целых чисел, изображающих количество минимумов, седел и максимумов). В данном случае реализуются только следующие bif-расклады: $(1, 0, 0)$, $(2, 1, 0)$, $(2, 2, 1)$, $(4, 4, 1)$ [3].

Литература

1. *Даринский Б.М., Сапронов Ю.И.* Топологический подход к классификациям фаз кристаллических сегнетоэлектриков // Топологические методы нелинейного анализа. Воронеж, ВГУ, 2000. С. 41–57.
2. *Сапронов Ю.И.* Конечномерные редукции в гладких экстремальных задачах // Успехи матем. наук. 1996. Т. 51, вып. 1. С. 101–132.
3. *Данилова О.Ю.* Об одной вариационной краевой задаче теории упругости // Нелокальные краевые задачи и родственные проблемы математической биологии, информатики, физики: материалы III Международной конференции. Нальчик, 2006. С. 84–86.

В.А. Еровенко

Белорусский государственный университет, г. Минск, Беларусь

О СУЩЕСТВЕННЫХ СПЕКТРАХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ В БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ L^p

Термин «спектр» используется в математическом и физическом смысле. С точки зрения математики спектр оператора непосредственно связан с жестким понятием ограниченной обратимости, но ослабляя формальные условия, используемые в понятии ограниченной обратимости оператора, можно естественным путем прийти к математическим понятиям нормально разрешимых операторов, полуфредгольмовых, фредгольмовых, фредгольмовых операторов нулевого индекса, браудеровых и других классов операторов в банаховом пространстве [1]. С указанными классами операторов непосредственно связаны различные существенные спектры, отличающиеся качественно различными подмножествами спектра, обладающие замечательными свойствами устойчивости при возмущении операторов, которые исследуются с помощью абстрактной теории специальных возмущений операторов [2].

Рассмотрим замкнутый линейный оператор T , заданный на комплексном банаховом пространстве X . В спектральной теории изучаются подмножества спектра оператора, называемые существенными спектрами. Существенные спектры оператора T можно определить как дополнения в комплексной плоскости \mathbb{C} множеств, задаваемых различными фредгольмовыми и полуфредгольмовыми свойствами или свойствами нормальной разрешимости семейства операторов вида $T - \lambda I$. Функциональные пространства для конкретных дифференциальных уравнений как правило, условиями задачи однозначно не определяются. Поэтому при рассмотрении задачи исследования спектра оператора и его устойчивых подмножеств в общей постановке целесооб-

разно все же соответствующий дифференциальный оператор рассматривать в различных конкретных L^p – пространствах.

Пусть T – замкнутый линейный оператор на комплексном банаховом пространстве X . Существенные спектры оператора T можно определить как дополнения в комплексной плоскости \mathbf{C} множеств, задаваемых различными фредгольмовыми свойствами семейства операторов $T - \lambda I$:

$$\begin{aligned} \sigma_{ek}(T) &:= \mathbf{C} \setminus \Delta_k(T), \quad k = 1, 2, 3, 4, 5, \\ \sigma_{e2}^+(T) &:= \mathbf{C} \setminus \Phi^+(T) \quad \text{и} \quad \sigma_{e2}^-(T) := \mathbf{C} \setminus \Phi^-(T), \end{aligned}$$

где $\Delta_1(T) := \{\lambda \in \mathbf{C} : \overline{R(T - \lambda I)} = R(T - \lambda I)\}$,

$\Phi^+(T) := \{\lambda \in \Delta_1(T) : \text{nul}(T - \lambda I) < \infty\}$,

$\Phi^-(T) := \{\lambda \in \Delta_1(T) : \text{def}(T - \lambda I) < \infty\}$,

$\Delta_2(T) := \Phi^+(T) \cup \Phi^-(T) = s\text{-}\Phi(T)$,

$\Delta_3(T) := \Phi^+(T) \cap \Phi^-(T) = \Phi(T)$,

$\Delta_4(T) := \{\lambda \in \Delta_3(T) : \text{ind}(T - \lambda I) = 0\} = \Phi_0(T)$,

$\Delta_5(T) := \{\lambda \in \Delta_4(T) : \text{проколотая окрестность точки } \lambda \text{ лежит в резольвентном множестве оператора } T, \text{ т. е. в } \rho(T)\}$.

Каждое из описанных множеств $\sigma_{ek}(T)$, $k = 1, \dots, 5$, и $\sigma_{e2}^\pm(T)$ называется существенным спектром. Заметим, что $\sigma_{ek}(T) \subseteq \sigma_{el}(T)$ для $k \leq l$ и $\sigma_{e2}(T) \subseteq \sigma_{e2}^\pm(T) \subseteq \sigma_{e3}(T)$, причем эти включения могут быть, вообще говоря, собственными. Отметим, что исследованию различных существенных спектров дифференциальных операторов в пространстве $L^p(a, \infty)$, $1 \leq p \leq \infty$, посвящена глава VI очень содержательной и даже в определенном смысле «пионерской» монографии Голдберга [3].

Рассмотрим формальное дифференциальное выражение

$$\tau := \sum_{k=0}^n a_k(t) D^k, \quad a \leq t < \infty$$

где $a_k(t)$ – комплекснозначные функции такие, что $a_k(t) \in C^k[a, \infty)$, $a_n(t) \neq 0$, $1/a_n, a_k \in L^\infty(a, \infty)$, $0 \leq k \leq n$ и $D := d/dt$.

Пусть теперь $S(\tau, p, [a, \infty))$, $-\infty < a < \infty$, – это замкнутый линейный дифференциальный оператор в пространстве $L^p(a, \infty)$, где $1 \leq p \leq \infty$, являющийся расширением минимального оператора $T_0(\tau, p, [a, \infty))$ и сужением максимального оператора $T(\tau, p, [a, \infty))$, который порожден дифференциальной операцией τ .

Теорема. Для любого $b \in (a, \infty)$ и пяти версий существенных спектров дифференциальных операторов $S(\tau, p, [a, \infty))$ и $S(\tau, p, [b, \infty))$ справедливы следующие равенства

$$\sigma_{ek} [S(\tau, p, [a, \infty))] = \sigma_{ek} [S(\tau, p, [b, \infty))], k = 1, 2, 2^\pm, 3.$$

Для существенного спектра Вейля σ_{e4} минимального и максимального дифференциальных операторов выполняются следующие равенства:

$$\sigma_{e4} [T_0(\tau, p, [a, \infty))] = \sigma_{e4} [T_0(\tau, p, [b, \infty))],$$

$$\sigma_{e4} [T(\tau, p, [a, \infty))] = \sigma_{e4} [T(\tau, p, [b, \infty))].$$

Используя этот результат были доказаны теоремы об инвариантности существенных спектров при различных возмущениях операторов и показана их эффективность при нахождении существенных спектров дифференциальных операторов [4]. Различные свойства существенных спектров для минимальных, а также максимальных дифференциальных операторов в лебеговых пространствах L^p исследованы в работе [5], где найдены формулы для вычисления существенных спектров.

Литература

1. Еровенко В.А. Функциональный анализ: спектральные и фредгольмовы свойства линейных операторов. Минск: БГУ, 2002.
2. Еровенко В.А. Применение абстрактной теории возмущений к исследованию существенных спектров обыкновенных дифференциальных операторов в L^p // Дифференциальные уравнения. 1997. Т. 33, № 7. С. 867–875.
3. Goldberg S. Unbounded linear operators. Theory and application. McGraw-Hill, 1966.
4. Еровенко В.А. Устойчивость L^p –существенных спектров обыкновенных дифференциальных операторов с почти постоянными коэффициентами // Дифференциальные уравнения. 1999. Т. 35, № 1. С. 58–64.
5. Еровенко В.А. Существенные спектры обыкновенных дифференциальных операторов. I. Возмущения операторов // Математические структуры и моделирование. 2019. № 1. С. 30–37.

В.А. Еровенко, М.В. Мартон

Белорусский государственный университет, г. Минск, Беларусь

**ВЫСКАЗЫВАНИЕ МОНТЕНЯ «ОБ УМЕ»
В КОГНИТИВНОМ КОНТЕКСТЕ ТРЕХСЛОЙНОЙ
ПЕДАГОГИКИ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ СТУДЕНТОВ-ХИМИКОВ**

Когда иногда говорят о «непонимании математики», то для нас, как преподавателей высшей математики для студентов-химиков, важен сам когнитивный процесс обучения математике, так как важна «повесть», а не только «развязка сюжета», то есть конечный результат процесса обучения. Непонимание математики студенты часто необоснованно оправдывают так называемым «нематематическим складом ума». Хотя с этим не согласен даже выдающийся французский мыслитель эпохи Возрождения Мишель Монтень, «обрадовавший» следующее высказывание: *«Из всех богатств на земле Бог лучше всего распределил ум, ибо никто не жалуется на его недостаток»*. Кроме того, потенциально осознать временные границы своего понимания сознание любого студента, вообще говоря, не может.

Мы не будем сейчас говорить о конкретных сложностях понимания курса высшей математики для химиков, что как правило требует большого объема математического текста. Математическое познание не поддается рациональному объяснению, хотя анализ является ключевым методом в формировании аналитической химии. Но без пояснения методологической позиции по поводу актуализации понимания разделов высшей математики для химиков, как общеобразовательной проблеме в «строе когнитивных наук», нельзя рассчитывать на само понимание познавательных процессов в контексте идеи обучения студентов-химиков только технике решения задач. Проблема понимания математики указывает на необходимость «поэтапного системного согласования преподавания отдельных вопросов математических дисциплин».

плин и дисциплин профессионального цикла» [1, с. 224]. Даже в определении обучения математике как процессе передачи математических знаний имплицитно содержится неявное указание на сложную и неоднозначную природу математического познания. Заметим, что именно сложность и еще некоторая субъективность образовательных процессов, реализуемых студентами, дают также основания методологии и дидактике преподавания высшей математики для студентов химических и других естественнонаучных специальностей называться искусством.

Если рассматривать когнитивный процесс математического познания как свободную учебную познавательную деятельность, то он становится близок к искусству в выражении творческих усилий как преподавателя, так и обучаемого. Искусство здесь по сути понимается как педагогическое мастерство аргументации и объяснения математического материала, то есть это «искусство объяснения», которое придает математической истине нужный контекст. Почему на этот аспект необходимо обращать внимание преподавая математику в химии. Например, профессор МГУ В.В. Еремин утверждает: «Химия сродни не только искусству, но и волшебству. Многие химические опыты, сопровождающиеся неожиданным изменением цвета, объема или агрегатного состояния, производят на непосвященных людей магическое впечатление» [2, с. 5]. Но, если химия – это искусство, то тогда преподавание математики химикам не должно ассоциироваться с «гонкой» изложения как можно большего количества формальных математических сведений. Безусловно, в базовой подготовке нельзя обойтись без практики формальных доказательств, но «понимаемую математику», особенно для студентов-химиков, без выявления ее смысла можно даже похоронить под нагромождением формализма. Хотя есть разные способы избежать такой кризисной ситуации. Например, креативность преподавания предполагает свободу творчества, поэтому чтобы не съехать на «тоскливое присутствие» на лекции и преодолеть мифические страхи перед аудиторией, необходима концентрация духовных сил и опора на ощущение «свободы разума» и уверенности в понимаемой математической аргументации.

Заметим, что до эпохи Возрождения в длинной истории становления математического знания выделяются следующие *«три слоя»*. Во-первых, натуральная бытовая математика, которая отвечает на онтологический вопрос «что это?», передаваемая вместе с языком математики. Во-вторых, практическая или деловая математика, имеющая рецептурный характер и поэтому она не заморачивается с эпистемологическим вопросом «откуда знаешь?» из философии прикладной математики. В-третьих, теоретическая математика с когнитивным акцентом на фундаментальное образование, в котором с точки зрения преподавания главный гносеологический вопрос «почему?» и в котором практически реализуется технология аксиоматико-дедуктивных рассуждений. «Каждый из этих слоев имеет свою историю, свой генезис основных представлений, свою культуру. В современной педагогике математики все три слоя полностью перепутаны, что и создает истинные трудности для восприятия» [3, с. 140]. В когнитивном контексте трехслойной педагогики курса высшей математики для студентов-химиков целью математических рассуждений становится, не подрыв их интуиции, а удовлетворение и развитие их интеллектуальных способностей, чтобы, как образно говорит американский преподаватель математики Пол Локхарт, «освежать дух» и «освещать ум», как игровой площадки познания.

Когнитивная технология конструирования творческого процесса в трехслойном математическом образовании химиков обусловлена его четкой направленностью на формирование самостоятельного мышления. К сожалению, изучая нестандартные основы математических наук, мы не исследуем или в исчезающей и очень незначительной мере исследуем сам когнитивный процесс овладения математическим знанием, самонадеянно считая его интуитивно ясным. Забывая при этом еще одну замечательную максиму Мишеля Монтеня для всех стремящихся преподавать: *«Чтобы обучить другого, требуется больше ума, чем чтобы научиться самому»*. Понимание внутренней структуры «поведенческой математики» в итоге ведет к необходимости изучения методологии высшей математики с целью выработки профессионально значимых повседневных навыков.

Литература

1. *Стронгина Н.Р., Маркин А.В.* Совершенствование математического образования студентов-химиков // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. Педагогические науки. 2015. № 3. С. 224-230.
2. *Еремин В.В.* Математика в химии. 2-е изд., испр. М.: Издательство Московского центра непрерывного математического образования. 2016. 64 с.
3. *Покорный Ю.В.* Унижение математикой? Воронеж: Воронежский государственный университет. 2006. 336 с.

Н.В. Михайлова

Белорусский национальный технический университет, г. Минск, Беларусь

ОБОСНОВАНИЕ И ПОНИМАНИЕ КАК ПРОБЛЕМА МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Предметная специфика математического образования в техническом университете отражает сосуществование методологической и математической составляющих педагогической практики. Понятийный аппарат зависит от цели обучения высшей математике в классическом или техническом университете в соответствии с уже принятой университетской программой. Так Н.И. Сидняев и С.К. Соболев тоже считают, что «система математического образования в техническом вузе допускает многовариантность общей структуры образования, структуры курсов каждой из ступеней, содержания курсов в зависимости от ступени обучения и профиля факультета при обязательном соблюдении требований образовательного стандарта» [1, с. 38]. Такой подход в реализации методологических уровней математического образования должен быть положен в основу реформаторских инновационных проектов, внося тем самым вклад в методику преподавания математики, легитимируя ее уровни.

Хорошо известно, что математический анализ является фундаментом математического образования в любом техническом университете. Связывая различные темы в едином стиле математического мышления, он оказывает влияние на всю систему математического образования, поэтому он является основным университетским курсом для разных математических дисциплин. Математический анализ изучается на основе понятия предела, формальное определение которого для многих сту-

дентов представляется наиболее трудным с точки зрения его содержания, техники и понимания. Не случайно эволюция дифференциального и интегрального исчислений в период становления высшей математики на основе использования понятия предела реально продолжалась в течение всего XVIII века. Однако, в связи с повышением уровня строгости математического знания обоснование дифференциального и интегрального исчислений в философии и методологии математического образования стало актуальной и практически неотложной проблемой понимания.

В методике преподавания высшей математики в техническом университете основной учебный акцент делается на логической составляющей конкретно-научной методологии, включая умение понимать и различать понятия «доказательство» и «обоснование», наполняющие смыслом интеллектуальную деятельность при изменении условий задачи с целью достижения результата. Обоснование по сути является методологической доминантой в процессе мышления при решении задачи, который завершается достижением понимания. Различие с точки зрения рациональной сущности методологии математического образования состоит в том, что даже говоря об обосновании современной математики, надо осознавать еще специфику существования «постоянного разрыва» между различными проблемами, которые обсуждаются в рамках практических приложений разных разделов высшей математики, методикой преподавания и актуальным состоянием самого математического знания, которое развивается и меняется с учетом методологии исследования иногда плохо понимаемых студентами математических объектов [2].

Понимаемое преподавание разных разделов курса высшей математики в техническом университете невозможно без такой важнейшей методической компоненты, как их философско-математическое обоснование, хотя студенты, привыкшие доверять компьютерным технологиям, иногда не видят нужды в обосновании проводимых рассуждений, концентрируя свое внимание

лишь на технике решения однотипных задач. Качественная математическая подготовка студентов технического университета является той фундаментальной базой, которая способствует изучению специальных дисциплин и формированию мировоззрения и позволяет осваивать новые технологии. Но для понимания в инновационной системе математического образования необходима, прежде всего, опора на математическое обоснование, существующее в рамках разных философских направлений обоснования математических теорий, точнее говоря, нужен системный синтез основных проблемно-ориентированных направлений обоснования разных разделов современной математики.

Отличие обоснования от понимания состоит в том, что когда для понимания достаточно «правдоподобия», то понимать можно, даже не выявляя истинности или ложности изучаемого математического знания. Это подобно тому, что читатель способен что-то понять в прочитанной книге, не зная, пишет автор правду или нет. Отражение в концепции обучения высшей математике методологии математического познания и освоение ее методов приводит к пониманию инновационной задачи методики обучения математике – «научить учиться», совершенствуя само обучение. По мнению профессора математики А.А. Грешилова для этого надо: «Ориентировать методику обучения, учитывая контингент студентов: обучать последовательно, добиваясь на каждом шаге усвоения учащимся материала, вырабатывая у него уверенность в своих силах, развивая логику мышления и речь» [3, с. 4]. Специфика любого курса высшей математики, отражающаяся в методике его преподавания, заключается еще в том, что ключевой интеллектуальной деятельностью являются математические доказательства, которые становятся понимаемыми, когда все технические и инструментальные действия в них хорошо обоснованы.

Литература

1. *Сидняев Н.И., Соболев С.К.* Концептуальные основы математического образования в техническом вузе // Высшее образование в России. 2015. № 7. С. 36–41.

2. *Михайлова Н.В.* Рациональная сущность математического образования и проблема обоснования // Математические структуры и моделирование. 2019. № 1. С. 38–46.
3. *Грешилов А.А.* Особенности обучения студентов математике в настоящее время // Инженерный журнал: наука и инновации. 2014. Вып. 1 С. 1–11.

О.М. Матейко, С.П. Сташулёнок

Белорусский государственный университет, г. Минск, Беларусь

**ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ
НА ФАКУЛЬТЕТЕ ГЕОГРАФИИ И ГЕОИНФОРМАТИКИ БГУ**

Специфика природных объектов в географии такова, что модели, которые строятся на основе экспериментальных данных, будут вероятностно-статистическими. Поэтому, продолжая затронутую в [1] тему, обратимся к некоторым проблемным моментам в понимании студентами-географами теории вероятностей и математической статистики, и места этих дисциплин в географических исследованиях. В задачах по теории вероятностей, как правило, задаются вероятности событий и по ним надо найти вероятности более сложных событий, как-то связанных с исходными. Попытаемся на примере географического содержания раскрыть, как с помощью методов математической статистики могут быть найдены вероятности более простых событий, чтобы после по ним находить вероятности сложных событий.

В сообщении [1] было рассмотрено краткое решение теоретико-вероятностной задачи об ожидаемом числе случаев пересыхания реки в засушливый сезон каждого года в двадцатилетний период. В такой постановке решенная задача является теоретико-вероятностной. Возникает естественный с практической точки зрения вопрос: как может быть найдена вероятность пересыхания реки в засушливый сезон каждого года, по условию равная 0,2?

Решим следующую задачу [2, с. 66]. В результате наблюдений на некоторой реке установлено, что в течение 20 лет наблюдалось 4 случая пересыхания реки. Требуется оценить вероятность пересыхания реки в засушливый сезон каждого года.

Ответ в задаче найдем, используя статистические методы. Будем использовать биномиальную модель из математической

статистики [3, с. 10]. Требуется определить её неизвестный параметр θ . Эта модель дискретная, она определяется вероятностью $P_\theta(\xi = x) = C_k^x \theta^x (1 - \theta)^{k-x}$, $x = 0, 1, \dots, k$; $0 < \theta < 1$. Для определения параметра θ нам нужно совершить n независимых наблюдений над случайной величиной ξ . Таким образом мы приходим к выборке $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ из распределения $\mathcal{L}(\xi)$, в которой будут содержаться наши независимые наблюдения над случайной величиной ξ . Элементы выборки – случайные величины X_i , $i = 1, \dots, n$, – независимы и распределены так, как и случайная величина ξ , т. е. биномиально, а $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ – наблюдавшееся значение выборки X . Число n – её объем. В нашей задаче $k = 1$ (бернуллиевская модель), т. е. $P_\theta(\xi = x) = \theta^x (1 - \theta)^{1-x}$, $0 < \theta < 1$. Это значит, x может принимать значение 0 (река не пересохла) или $x = 1$ (река пересохла). Из формулы, задающей вероятность, имеем, что вероятность пересыхания реки равна θ (она в рамках статистической модели является неизвестной). Из математической статистики [3, с. 44] известно, что выборочное среднее $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ в бернуллиевской модели оптимально приближает истинное значение θ_0 неизвестного параметра θ . Теперь применим это знание на практике. Для этого нам нужны n реальных наблюдений над случайной величиной ξ (мы сможем осуществить лишь одно наблюдение в год и получить ответ, засохла река в текущем году ($X_i = 1$) или нет ($X_i = 0$)). Таким образом, для $n = 20$ (количество наблюдений) мы получим $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{20})$ конкретное значение выборки X . Здесь переменные x_i примут свои значения 0 или 1. За 20 лет река пересохла 4 раза. Вектор $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{20})$ содержит ровно 4 единицы, остальные переменные принимают значение 0. Воспользуемся формулой $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, записанной для реализации выборки при $n = 20$,

т. е. $\bar{x} = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} X_i = \frac{4}{20} = 0,2$. Итак, мы нашли оценку вероятности.

Она равна 0,2.

Курс «Высшая математика» для студентов факультета географии и геоинформатики БГУ содержит несколько важнейших разделов, которые охватывают все основные направления применения математических методов в географии. В учебном процессе используется пособие [4], где рассматриваются задачи из различных разделов географии, которые решаются математическими методами.

Литература

1. *Матейко О.М., Сташулёнок С.П.* Построение вероятностно-статистических моделей при изучении курса высшей математики на географическом факультете БГУ // Математическое и компьютерное моделирование: сборник материалов VI Международной научной конференции, посвященной памяти Б.А.Рогозина (Омск, 23 ноября 2018 г.) / [отв. за вып. И.П. Бесценный]. Омск : Изд-во Ом. гос. ун-та, 2018. С. 26–27.
2. *Рождественский А.В., Чеботарёв А.И.* Статистические методы в гидрологии. Ленинград: Гидрометеиздат, 1974.
3. *Ивченко Г. И., Медведев Ю. И.* Математическая статистика. М.: Высшая школа, 1984.
4. *Матейко О.М., Плащинский П.В.* Высшая математика. Примеры и задачи: учебно-методическое пособие для студентов географического факультета. Минск, 2005.

А.Г. Гутор, С.П. Сташулёнок

Белорусский государственный университет, г. Минск, Беларусь

ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ МАННА – УИТНИ И ВИЛКОКСОНА В ИССЛЕДОВАНИЯХ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ

Исследования проводились в рамках курсов по теории вероятностей и математической статистике. В работе изучалось влияние выполнения лабораторных работ на знания, умения и навыки по изучаемым темам. Требовалось выяснить, будут ли статистически значимыми изменения в знаниях после выполнения лабораторных работ, и есть ли влияние методик (по решенному образцу или без него) выполнения лабораторной работы на знания, полученные в результате выполнения работы.

Рассматривались отметки в двух группах студентов различных курсов и специальностей – в группах 1 и 2 (номера групп изменены), то есть рассматривались две выборки $X = (X_1, \dots, X_n)$ и $Y = (Y_1, \dots, Y_m)$. Для них предполагались выполненными следующие условия: 1) случайные величины X_1, \dots, X_n независимы и имеют одну и ту же функцию распределения F_1 ; 2) случайные величины Y_1, \dots, Y_m независимы и имеют одну и ту же функцию распределения F_2 ; 3) обе функции F_1 и F_2 неизвестны, но принадлежат множеству всех непрерывных функций распределения. Для независимых выборок $X = (X_1, \dots, X_n)$ и $Y = (Y_1, \dots, Y_m)$ по критерию Манна – Уитни проверялась гипотеза H_0 :

$a = \int_{-\infty}^{\infty} F_1(x) dF_2(x) = 0,5$ против альтернативы $H_1: a \neq 0,5$ [1, с. 129].

Для сравнения оценок одного и того же студента до и после выполнения лабораторных работ (в этом случае выборки $X = (X_1, \dots, X_n)$ и $Y = (Y_1, \dots, Y_n)$ нельзя считать независимыми) применялся критерий знаковых рангов Вилкоксона [2, с. 222]. Пусть $Z_i = Y_i - X_i = \theta + \varepsilon_i$, где θ – эффект воздействия – систематический сдвиг (будем его считать положительным), ε_i – случайная ошибка. В этом случае к условиям 1) – 3) добавляются следующие предположения: 4) случайные величины $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ независимы и имеют непрерывные распределения такие, что $P(\varepsilon_i \leq 0) = P(\varepsilon_i \geq 0) = \frac{1}{2}$, $i = 1, \dots, n$; 5) случайные величины $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$ имеют одинаковое распределение, симметричное относительно нуля. В случае сравнения отметок до и после лабораторной работы рассматривалась задача проверки гипотезы $H'_0: \theta = 0$ против альтернативы $H'_0: \theta > 0$.

Были получены следующие результаты. Группа 1 выполняла первую лабораторную работу без предлагаемого образца. Оценивались знания, умения и навыки до и после выполнения работы. Согласно критерию знаковых рангов Вилкоксона гипотеза H'_0 отвергается на уровне значимости 0.01 (отметки улучшились). Группа 2 также выполняла первую лабораторную работу, но уже по предлагаемому образцу. Гипотеза H'_0 для выборок из отметок группы 2 отвергается на уровне значимости 0.05 (и эти изменения положительны). Однако, на уровне значимости 0.01 нет оснований отвергать гипотезу H'_0 .

С помощью критерия Манна – Уитни было установлено, что отметки в группах 1 и 2 имеют статистически значимые различия: до и после выполнения лабораторной работы 1 гипотеза H_0 отвергается на уровне значимости 0.01.

Далее группам была предложена для выполнения вторая лабораторная работа. Но теперь группа 1 выполняла задания по предлагаемому образцу, а группа 2 – без него. В обоих случаях

гипотеза H'_0 отвергается на уровне значимости 0.01. Отметки изменились в положительном направлении.

Гипотеза H_0 об отсутствии статистически значимых различий в отметках групп 1 и 2 до и после выполнения лабораторной работы 2 отвергается на уровне значимости 0.05 (на уровне значимости 0,01 в каждом из указанных случаев нет оснований отвергать гипотезу H_0).

Рассмотрим теперь реализации приращений Z_i , $i = 1, \dots, n$ (разность в отметке каждого студента после и до выполнения первой лабораторной работы) для группы 1 (работа выполнялась без образца) и такие же реализации приращений Z_i , $i = 1, \dots, m$, для группы 2 (по образцу) после и до первой лабораторной работы. Используя критерий Манна – Уитни, проверим, статистически значимы ли различия в двух выборках из указанных приращений. *На уровне значимости 0,05 нет оснований отвергать гипотезу H_0 , то есть отсутствуют статистически значимые различия во влиянии методик проведения лабораторной работы 1 (по предлагаемому образцу или без него) на знания, умения и навыки.* Такие же выводы об отсутствии статистически значимых различий можно сделать для реализации приращений Z_i группы 1 по лабораторной работе 2 и для реализации приращений Z_i группы 2 по второй лабораторной работе: *на уровне значимости 0.05 нет оснований отвергать гипотезу H_0 .*

Литература

1. Ивченко Г. И., Медведев Ю. И. Математическая статистика. М.: Высшая школа, 1984.
2. Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика. М.: БИНОМ: Лаборатория знаний, 2009.

М.П. Базилевский*Иркутский государственный университет путей сообщения,
г. Иркутск, Россия***ДВУХФАКТОРНАЯ МОДЕЛЬ ПОЛНОСВЯЗНОЙ ЛИНЕЙНОЙ РЕГРЕССИИ С МНОЖЕСТВОМ ВЫХОДНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ**

Пусть $x_{i1}, x_{i2}, i = \overline{1, n}$ – наблюдаемые значения двух входных переменных x_1 и x_2 . Предположим, что существуют их «истинные» значения $x_{i1}^*, x_{i2}^* - i = \overline{1, n}$, которые отличаются от наблюдаемых на случайные отклонения:

$$x_{ij} = x_{ij}^* + \varepsilon_i^{(x_j)}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, 2}, \quad (1)$$

Допустим, что переменные x_1 и x_2 сильно коррелируют между собой, а между «истинными» переменными x_1^*, x_2^* имеет место функциональная зависимость:

$$x_{i1}^* = a + bx_{i2}^*, \quad i = \overline{1, n}, \quad (2)$$

где a, b – неизвестные параметры.

Совокупность уравнений (1), (2) образует простейшую двухфакторную модель полносвязной линейной регрессии без выходных переменных [1,2], известную так же, как регрессия Деминга. Для её оценивания необходимо решить задачу:

$$S = \sum_{i=1}^n (x_{i1} - a - bx_{i2}^*)^2 + \frac{1}{\lambda} \sum_{i=1}^n (x_{i2} - x_{i2}^*)^2 \rightarrow \min, \quad (3)$$

где $\lambda = \sigma_{\varepsilon^{(x_2)}}^2 / \sigma_{\varepsilon^{(x_1)}}^2$ – соотношение дисперсий ошибок переменных.

Решение задачи (3) имеет вид:

$$b^* = \frac{D_{x_1} - D_{x_2} / \lambda + \sqrt{(D_{x_1} - D_{x_2} / \lambda)^2 + 4K_{x_1x_2}^2 / \lambda}}{2K_{x_1x_2}},$$

$$a^* = \overline{x_1} - b^* \overline{x_2}, \quad (4)$$

$$x_{i2}^* = -\frac{a^* b^*}{\lambda^{-1} + (b^*)^2} + \frac{b^*}{\lambda^{-1} + (b^*)^2} x_{i1} + \frac{\lambda^{-1}}{\lambda^{-1} + (b^*)^2} x_{i2}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

где D_{x_1} , D_{x_2} – дисперсии переменных, $K_{x_1 x_2}$ – их ковариация.

Пусть y_i , $i = \overline{1, n}$ – наблюдаемые значения выходной переменной y . Введем модель парной линейной регрессии вида:

$$y_i = c_0 + c_1 x_{i2}^* + \varepsilon_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (6)$$

где c_0 , c_1 – неизвестные параметры, которые находятся, например, с помощью метода наименьших квадратов.

Тогда совокупность уравнений (1), (2), (6) образует двухфакторную модель полносвязной линейной регрессии с единственной выходной переменной y . Исследованию таких моделей посвящены работы [1; 2]. В работе [2] получено аналитическое выражение для коэффициента детерминации регрессии (6):

$$R_y^2(b, \lambda) = \frac{(bK_{x_1 y} + \lambda^{-1} K_{x_2 y})^2}{D_y (b^2 D_{x_1} + 2b\lambda^{-1} K_{x_1 x_2} + \lambda^{-2} D_{x_2})}. \quad (7)$$

Пусть y_{ij} , $i = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, k}$ – наблюдаемые значения k выходных переменных y_1, y_2, \dots, y_k . Введем следующую систему моделей парной линейной регрессии:

$$y_{ij} = c_{0j} + c_{1j} x_{i2}^* + \varepsilon_{ij}, \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, k}, \quad (8)$$

где c_{0j} , c_{1j} – неизвестные параметры. Совокупность уравнений (1), (2), (8) будем называть двухфакторной моделью полносвязной линейной регрессии с множеством выходных переменных.

По аналогии с формулой (7), качество каждой j -й модели в системе (8) будет характеризоваться коэффициентом детерминации:

$$R_y^2(b, \lambda) = \frac{(bK_{x_1 y_j} + \lambda^{-1} K_{x_2 y_j})^2}{D_{y_j} (b^2 D_{x_1} + 2b\lambda^{-1} K_{x_1 x_2} + \lambda^{-2} D_{x_2})}, \quad j = \overline{1, k}. \quad (9)$$

Тогда сформулируем задачу выбора такого параметра λ , при котором суммарное аппроксимационное качество моделей (8) будет наилучшим:

$$Q = \sum_{j=1}^k R_{y_j}^2 = \sum_{j=1}^k \frac{\left(bK_{x_1 y_j} + \lambda^{-1} K_{x_2 y_j} \right)^2}{D_{y_j} \left(b^2 D_{x_1} + 2b\lambda^{-1} K_{x_1 x_2} + \lambda^{-2} D_{x_2} \right)} \rightarrow \max, \quad (10)$$

при ограничениях $\lambda = \frac{K_{x_1 x_2} - D_{x_2} b}{K_{x_1 x_2} b^2 - D_{x_1} b}$, $\lambda > 0$.

Литература

1. *Базилевский М.П.* Синтез модели парной линейной регрессии и простейшей EIV-модели // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2019. Т. 7, № 1 (24). С. 170–182.
2. *Базилевский М.П.* Исследование двухфакторной модели полностью связанной линейной регрессии // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2019. Т. 7, № 2 (25). С. 80–96.

А.Г. Гринь

*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия*

ОБОБЩЕНИЕ ТЕОРЕМЫ М. ПЕЛИГРАД

Пусть $\{\xi_n\}$ – стационарная последовательность и пусть $S_n = \sum_{k=1}^n \xi_k$, $a_k = M\xi_k$, $\sigma_n = DS_n$, $k, n = 1, 2, \dots$, $N(0, 1)$ обозначает случайную величину с нормальным распределением с параметрами 0 и 1, а $\xi_n \xrightarrow{d} \eta$ означает, что ξ_n сходится к η по распределению.

Если $\sigma_n^{-1}(S_n - a_n) \xrightarrow{d} N(0, 1)$, $n \rightarrow \infty$, то будем говорить, что к последовательности $\{\xi_n\}$ применима центральная предельная теорема.

Говорят, что последовательность $\{\xi_n\}$ удовлетворяет условию равномерно сильного перемешивания (Φ -перемешивания), если $\varphi(n) = \sup\{|P(A|B) - P(A)|, A \in F_{\leq 0}, B \in F_{\geq n}\} \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$, где $F_{\leq 0}$ и $F_{\geq n}$ – σ -алгебры, порожденные соответственно семействами $\{\xi_k, k \leq 0\}$ и $\{\xi_k, k \geq n\}$.

В своей широко известной работе [1] Магда Пелиград доказала следующий результат

Теорема 1. Пусть $\{\xi_n\}$ – стационарная последовательность, удовлетворяющая условию Φ -перемешивания и пусть $E\xi_n^2 < \infty$, $\sigma_n \rightarrow \infty$ и $n\sigma_n^{-2}M\{\xi_1^2, |\xi_1| \geq \varepsilon\sigma_n\} \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$ при любом $\varepsilon > 0$. Тогда к последовательности $\{\xi_n\}$ применима центральная предельная теорема.

Пусть теперь при каждом натуральном n определена функция $f(\bar{x}) = f(x_1, \dots, x_n)$, удовлетворяющая следующим условиям

1. $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = f(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_n})$ для любых $x_1, x_2, \dots, x_n \in R$ и для любой перестановки i_1, \dots, i_n множества $\{1, 2, \dots, n\}$;

2. $f(x_1, \dots, x_{n-1}, 0) = f(x_1, \dots, x_{n-1})$;

3. Для любого $\varepsilon > 0$ найдется $N = N(\varepsilon)$ такое, что если $|f(\bar{x} + \bar{y})| + |f(\bar{x})| + |f(\bar{y})| \geq N$, то $|f(\bar{x} + \bar{y}) - f(\bar{x}) - f(\bar{y})| \leq \varepsilon |f(\bar{x} + \bar{y})|$.

Условие 3 можно рассматривать, как многомерный аналог правильно меняющейся функции порядка 1. Примером функции, удовлетворяющей условиям 1–3 является, например $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = h(x_1 + \dots + x_n)$, где $h(x)$ – нечетная ограниченная функция, являющаяся правильно меняющейся порядка 1 при $x \rightarrow +\infty$.

Пусть $\{\xi_n\}$ – стационарная последовательность и пусть $X_n = f(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$, $a_n = EX_n$, $b_n^2 = EX_n^2$, $n = 1, 2, \dots$. Если $b_n^{-1}(X_n - a_n) \xrightarrow{d} N(0, 1)$, $n \rightarrow \infty$ то будем говорить, что к последовательности $\{X_n\}$ применима центральная предельная теорема.

В настоящей работе из полученных в [2] необходимых и достаточных условий для применимости центральной предельной теоремы к последовательности $\{X_n\}$ выводится следующее обобщение теоремы М. Пелиград.

Теорема 2. Пусть $\{\xi_n\}$ – стационарная последовательность, удовлетворяющая условию Ф-перемешивания, функция f удовлетворяет условиям 1–3 и пусть $EX_n^2 < \infty$, $b_n \rightarrow \infty$ и $nb_n^{-2}M\{X_1^2, |X_1| \geq \varepsilon b_n\} \rightarrow 0$, $n \rightarrow \infty$ при любом $\varepsilon > 0$. Тогда к последовательности $\{X_n\}$ применима центральная предельная теорема.

Следствие. Пусть $\{\xi_n\}$ – стационарная последовательность, удовлетворяющая условию ϕ -перемешивания, функция f удовлетворяет условиям 1–3 и пусть $EX_n^2 < \infty$ и $b_n^2 \geq Cn$, $C > 0$. Тогда к последовательности $\{X_n\}$ применима центральная предельная теорема.

Литература

1. *Peligrad M.* An invariance principle for ϕ -mixing sequences // Ann. Probab. 1985. Vol. 13, № 4. P. 1304–1313.
2. *Гринь А.Г.* О центральной предельной теореме для симметрических функций от зависимых величин // Математические структуры и моделирование. 2017. № 1 (41). С. 5–11.

В.А. Шовин

*Омский филиал института математики им. С.Л. Соболева СО РАН,
г. Омск, Россия*

ФАКТОРНЫЙ АНАЛИЗ КАЧЕСТВЕННЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Предлагаются новые подходы для проведения факторного анализа для качественных показателей. Подход вычисления количественных показателей на базе многомерного шкалирования и матрицы взаимных расстояний объектов. И новый подход вычисления корреляционной матрицы. Оба метода могут быть предварительно использованы для проведения количественного факторного анализа.

Большой потребностью анализа данных является обработка качественных показателей. Целью данной работы является осуществление возможности проведения факторного анализа качественных показателей.

Для реализации факторного анализа качественных показателей оказалось возможным использование количественного факторного анализа когда качественные показатели преобразуются в количественные.

Классический количественный факторный анализ может использовать альтернативные исходные данные. Это матрица количественных показателей объектов или матрица корреляций показателей.

Расчет коэффициента корреляции между двумя качественными показателями можно осуществить на базе информации о доли объектов, у которых эти качественные показатели одинаковы. Корреляция между такими показателями тем больше, чем больше представителей с одинаковыми значениями пары показателей.

Преобразование качественных показателей в количественные можно осуществить на базе метода многомерного шкалирования, предварительно вычислив матрицу взаимных расстояний.

Расстояние между двумя объектами с количественными показателями тем больше, чем больше различий в значениях одинаковых качественных показателей.

Чтобы была возможность использования смешанных данных (с качественными и количественными показателями) количественные показатели преобразуются в качественные. Для этого интервал каждого количественного показателя разбивается на небольшое число частей и попадание показателя объекта в один из таких интервалов считается новым качественным значением.

Коэффициент корреляции между двумя качественными показателями может быть определен по формуле

$$r_{ij} = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n \delta_{ij}^{kl},$$

где $\delta_{ij}^{kl} = \begin{cases} 1, & \text{если } x_i^k = x_i^l \text{ и } x_j^k = x_j^l \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$; m – число исходных показателей;

n – число объектов; x_i^k – i -й качественный показатель у k -го объекта.

Далее в матрице элементов r_{ij} находятся минимальный \min и максимальный \max вне диагональные элементы. И интервала значений таких элементов переводится из $[\min, \max]$ в $[0, 1]$ по формуле:

$$r_{ij} = \frac{r_{ij} - \min}{\max - \min}$$

Для вычисления матрицы исходных количественных данных может быть использован алгоритм на базе многомерного шкалирования. Для этого необходимо подготовить матрицу взаимных расстояний объектов. Такую матрицу можно получить с помощью алгоритма Dist Redux [1] или по следующей формуле:

$$d_{ij} = \sum_{k=1}^m \delta_k^{ij}, \quad \delta_k^{ij} = \begin{cases} 0, & \text{если } x_k^i = x_k^j \\ 1, & \text{иначе} \end{cases}$$

Методы обработки качественных показателей реализованы программно как web приложение. Вычислительная часть приложения вынесена на сервер написанном на языке PHP с использо-

ванием фреймворка Zend. Интерфейс приложения написан с использованием HTML, CSS, JavaScript, JQuery. Приложение многомерного шкалирования доступно по адресу <http://svlaboratory.org/application/multscalkind> после регистрации нового пользователя. Вычисление корреляционной матрицы реализовано в макросе Excel на языке VBA доступном по адресу <http://svlaboratory.org/blog/blog-single/articleid/35>.

По результату численного эксперимента подход вычисления корреляционной матрицы и подход вычисления матрицы исходных данных показали сходство факторных структур. Что подтверждает работоспособность таких методов.

Литература

1. *Шовин В.А.* Факторный анализ качественных показателей. // Математические структуры и моделирование. 2019. № 2. С. 75–84.

А.В. Ильев¹, В.П. Ильев²

¹Омский филиал института математики им. С.Л. Соболева СО РАН,
г. Омск, Россия

²Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия

ОБ АКСИОМАТИЗИРУЕМОСТИ ФИНИТАРНЫХ МАТРОИДОВ*

В настоящей работе рассмотрены вопросы аксиоматизируемости классов финитарных матроидов средствами логики первого порядка.

Класс алгебраических систем – это семейство однотипных систем, которые предполагаются записанными в некотором языке L и называются L -системами. Класс L -систем K называется *абстрактным*, если вместе с каждой своей системой A он содержит все изоморфные ей L -системы.

Класс K алгебраических систем *аксиоматизируем*, если существует такое множество предложений Z языка L , что произвольная L -система A принадлежит K тогда и только тогда, когда любое предложение $\varphi \in Z$ истинно в A . Множество предложений Z называется *множеством аксиом* для класса K .

Ранее было установлено, что класс матроидов фиксированного ранга конечно аксиоматизируем, а класс матроидов конечного ранга не является аксиоматизируемым [1].

Финитарный матроид – это пара $M = (U, \mathfrak{I})$, где U – непустое (возможно, бесконечное) множество, \mathfrak{I} – непустое семейство его независимых подмножеств, обладающее свойствами:

(I1) $I \in \mathfrak{I}, J \subseteq I \Rightarrow J \in \mathfrak{I}$ (*наследственность*);

(I2) для любых $I, J \in \mathfrak{I}$ таких, что $|J| = |I| + 1$, существует элемент $j \in J \setminus I$, для которого $I \cup \{j\} \in \mathfrak{I}$ (*пополнение*);

* Работа А.В. Ильева выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-31-00330).

(I3) $A \in \mathfrak{I}$ тогда и только тогда, когда $B \in \mathfrak{I}$ для всех $B \subseteq A$, $|B| < \infty$.

Класс финитарных матроидов содержит в себе класс матроидов конечного ранга в качестве подкласса.

Рассмотрим язык $L = \langle I_0, I_1, I_2, \dots, \tilde{I}_0, \tilde{I}_1, \tilde{I}_2, \dots, = \rangle$, состоящий из счётного числа предикатов независимости и предиката равенства. Предикат $I_n(x_1, \dots, x_n)$ означает независимость n -элементного множества $\{x_1, \dots, x_n\}$, а предикат $\tilde{I}_n(x_1, \dots, x_n)$ означает, что существует бесконечное независимое множество, которое содержит элементы x_1, \dots, x_n . Примером аксиоматизируемого класса финитарных матроидов является класс матроидов разбиения бесконечного ранга.

Теорема 1. Класс матроидов разбиения универсально аксиоматизируем.

Приведём аксиоматику данного класса.

Матроид разбиения – это алгебраическая система (U, L) ; все её предикаты независимости конечных множеств удовлетворяют аксиомам неупорядоченности и неповторения элементов, наследственности и пополнения:

$$\begin{aligned} & \forall x_1 \dots \forall x_n [I_n(x_1, \dots, x_n) \rightarrow I_n(x_2, x_1, \dots, x_n) \wedge \dots \wedge I_n(x_n, x_{n-1}, \dots, x_1)]; \\ & \forall x_1 \dots \forall x_n [I_n(x_1, \dots, x_n) \rightarrow (x_1 \neq x_2) \wedge \dots \wedge (x_{n-1} \neq x_n)]; \\ & \forall x_1 \dots \forall x_n [I_n(x_1, \dots, x_n) \rightarrow I_{n-1}(x_2, \dots, x_n) \wedge \dots \wedge I_{n-1}(x_1, \dots, x_{n-1}) \wedge I_0]; \\ & \forall x_1 \dots \forall x_n \forall y_1 \dots \forall y_{n+1} [I_n(x_1, \dots, x_n) \wedge I_{n+1}(y_1, \dots, y_{n+1}) \rightarrow \\ & \rightarrow I_{n+1}(x_1, \dots, x_n, y_1) \vee \dots \vee I_{n+1}(x_1, \dots, x_n, y_{n+1})]; \end{aligned}$$

при этом выполнены следующие условия:

$$\begin{aligned} & \forall x I_1(x); \\ & \forall x_1 \forall x_2 \forall x_3 [\neg I_2(x_1, x_2) \wedge \neg I_2(x_2, x_3) \rightarrow \neg I_2(x_1, x_3)]; \\ & \forall x_1 \dots \forall x_n [\tilde{I}_n(x_1, \dots, x_n) \rightarrow I_n(x_1, \dots, x_n)]. \end{aligned}$$

Теорема 2. Класс финитарных матроидов не является аксиоматизируемым.

Литература

1. Ильев А.В. Об аксиоматизируемости наследственных классов графов и матроидов // Сибирские электронные математические известия. 2016. Т. 13. С. 137–147.

В.П. Голубятников

*Институт математики им. С.Л.Соболева, СО РАН,
г. Новосибирск, Россия*

ЗАЦЕПЛЕНИЕ ХОПФА В ОДНОЙ МОДЕЛИ ГЕННОЙ СЕТИ*

В работе [1] была рассмотрена четырехмерная кусочно-линейная динамическая система, моделирующая функционирование одной генной сети:

$$\frac{dx_1}{dt} = L_1(x_4) - x_1, \quad \frac{dx_j}{dt} = \Gamma_j(x_{j-1}) - x_j, \quad j = 2, 3, 4. \quad (1)$$

Здесь L_1 и Γ_j – ступенчатые функции: убывающая $L_1(x) = A_1 > 1$ при $0 \leq x \leq 1$, $L_1(x) = 0$ при $1 < x$, моделирующая отрицательную обратную связь в генной сети; и возрастающие $\Gamma_j(x) = 0$ при $0 \leq x \leq 1$, $\Gamma_j(x) = A_j > 1$ при $1 < x$, моделирующие положительные обратные связи. Неотрицательные переменные обозначают концентрации веществ, которые участвуют в биохимических реакциях. Правые части уравнений системы (1) имеют разрывы в точке $E = (1, 1, 1, 1)$.

Для системы (1) мы изучаем траектории точек положительного октанта R^4_+ , которые не лежат на пересечении пар гиперплоскостей $x_k=1$ и $x_i=1$, $i \neq k$. Все эти траектории со временем попадают в положительно инвариантную область $Q = [0, A_1] \times [0, A_2] \times [0, A_3] \times [0, A_4]$, которая разбивается плоскостями $x_k = 1$ на 16 параллелепипедов (блоков).

Занумеруем эти блоки бинарными мультииндексами $\{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \varepsilon_3 \varepsilon_4\}$ следующим образом: $\varepsilon_k = 0$, если в блоке $1 \geq x_k$, и $\varepsilon_k = 1$, если в этом блоке $1 < x_k$, см. [2]. Внутри каждого такого блока все траектории системы (1) прямолинейны, а в целом траектории рассматриваемых точек кусочно-линейны, их угловые точки лежат во внутренностях трехмерных граней, по которым пересекаются соседние блоки разбиения области Q . Назовем такие трехмерные

* Работа поддержана РФФИ, грант 18-01-00057.

границы внутренними. Здесь и далее положительная инвариантность множества Z означает, что траектории всех точек из Z остаются в этом множестве при $t \rightarrow +\infty$.

Как было показано в [1], внутренность W объединения блоков $\{0000\}, \{1000\}, \{1100\}, \{1110\}, \{1111\}, \{0111\}, \{0011\}, \{0001\}$ (2) является положительно инвариантной областью системы (1), содержащей устойчивый цикл C этой системы. Траектории всех точек области W проходят по ее блокам по порядку, указанному в (2), и из блока $\{0001\}$ все они переходят в блок $\{0000\}$. При этом через три внутренние грани каждого из блоков, перечисленных в (2), траектории заходят в него, и через одну грань выходят в соседний блок области W .

Обозначим через U внутренность объединения оставшихся восьми блоков разбиения:

$\{0101\}, \{0100\}, \{0011\}, \{0010\}, \{1010\}, \{1011\}, \{1001\}, \{1101\}$. (3)

Эта область U инвариантной не является; у каждого ее блока B через две его внутренние грани некоторые траектории переходят в инвариантную область W , непересекающуюся с U , через одну внутреннюю грань траектории выходят в один из блоков, перечисленных в (3), и через оставшуюся внутреннюю грань траектории заходят в B из другого блока, лежащего в U .

Теорема 1. Область U содержит положительно инвариантную двумерную кусочно-линейную поверхность M с вершиной в точке E . Траектории точек этой поверхности переходят из блока в блок по порядку, указанному в (3), и притягиваются к точке E . Все эти траектории из блока $\{1101\}$ переходят вдоль поверхности M в блок $\{0101\}$.

Обозначим через K кусочно-линейную пирамидальную двумерную поверхность с вершиной в точке E и натянутой на цикл C , а через S – гомеоморфную трехмерной сфере границу инвариантной области Q .

Теорема 2. Замкнутые кусочно-линейные кривые $M \cap S$ и $K \cap S$ имеют в S нетривиальное зацепление, являющееся зацеплением Хопфа.

Таким образом, цикл C и инвариантная поверхность M имеют в области Q нетривиальное зацепление. В частном случае $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 > 1$ утверждения теорем 1 и 2 были установлены в [3].

Литература

1. *Glass L, Pasternack J.S.* Stable oscillations in mathematical models of biological control systems // *Journal of Mathematical Biology.* 1978. Vol. 6. P. 207–223.
2. *Аюпова Н.Б., Голубятников В.П.* О двух классах нелинейных динамических систем. Четырехмерный случай // *Сиб. математический журнал.* 2015. Т. 56, № 2. С. 282–289.
3. *Golubyatnikov V.P., Kalenykh A.E.* Structure of phase portraits of nonlinear dynamical systems // *Journal of Mathematical Sciences.* 2016. Vol. 215, № 4. P. 475–483.

Н.Е. Кириллова¹, Л.С. Минушкина²

¹Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН,
г. Новосибирск, Россия

²Новосибирский государственный университет,
г. Новосибирск, Россия

АЛГОРИТМ ДИСКРЕТИЗАЦИИ ЦИКЛА В МОДЕЛЯХ КОЛЬЦЕВЫХ ГЕННЫХ СЕТЕЙ*

Рассмотрим динамическую систему, моделирующую функционирование кольцевой генной сети (см., например [1; 2]):

$$\frac{dx_j}{dt} = f_j(x_{j-1}) - k_j x_j, \quad (1)$$

где $j = 1, \dots, n$; $j - 1 := n$ при $j = 1$. Функции $f_j(y)$ могут являться как монотонно возрастающими и монотонно убывающими гладкими функциями, так и монотонно возрастающими и монотонно убывающими ступенчатыми функциями вида

$$L_j(y) = \begin{cases} a_j k_j, & y \in [0, 1); \\ 0, & y > 1; \end{cases} \quad \Gamma_j(y) = \begin{cases} 0, & y \in [0, 1); \\ b_j l_j, & y > 1. \end{cases}$$

Периодические траектории (циклы) таких систем содержатся в n -мерном параллелепипеде $Q^n := \prod_{j=1}^n [0, A_j]$, где в случае гладких правых частей уравнений $A_j := \frac{\max(f_j(x_{j-1}))}{k_j}$, а для ступенчатых функций L_j, Γ_j мы полагаем $A_j = a_j$ или $A_j = b_j$. Область Q^n разбивается на 2^n блоков $\mathcal{E} = \{\varepsilon_1 \dots \varepsilon_n\}$ гиперплоскостями, проходящими через точку $E = (1, \dots, 1)$ в случае функций L_j, Γ_j , а в гладком случае – через стационарную точку $S_0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ системы. Здесь индексы, нумерующие блоки, определяются так: для ступенчатых функций $\varepsilon_j = 0$, если в блоке $x_j < 1$, и $\varepsilon_j = 1$, если в этом блоке $x_j \geq 1$. Для гладких функций эти индексы определяются неравенствами $x_j < x_j^0$ и $x_j \geq x_j^0$, соответственно.

* Работа поддержана РФФИ, грант 18-01-00057 и СО РАН, проект 0314-2018-0011.

Лемма 1. Для любых двух соседних блоков $\mathcal{E}_1, \mathcal{E}_2$ разбиения через их общую грань максимальной размерности все траектории системы (1) переходят только в одном направлении: либо $\mathcal{E}_1 \rightarrow \mathcal{E}_2$, либо $\mathcal{E}_2 \rightarrow \mathcal{E}_1$.

Лемма 1 позволяет сформулировать следующее определение: назовем *валентностью блока* \mathcal{E} количество соседних с ним блоков, в которые могут переходить траектории точек, лежащих в \mathcal{E} .

Лемма 2. ([1]) Возможные переходы из блока в блок для систем вида (1) можно построить, пользуясь правилом: для убывающих функций любая пара чисел $\{00\}$ переходит в $\{01\}$, а пара $\{11\}$ переходит в $\{10\}$; для возрастающих функций наоборот: $\{01\} \rightarrow \{00\}$, $\{10\} \rightarrow \{11\}$.

При описании фазовых портретов систем вида (1) возникает необходимость построения последовательностей блоков, валентности которых равны 1, и диаграмм перехода траекторий из блока в блок (State Transition Diagrams, [2]). На основе Леммы 2 и решения задачи о змее («snake-in-the-box» problem) нами разработан алгоритм, позволяющий построить дискретную модель таких фазовых портретов, что позволило описать расположение периодических траекторий динамических систем вида (1) в их фазовых портретах, см. [3; 4].

На первом шаге алгоритма в номере блока, который мы собираемся построить, требуется выбрать начальный индекс и зафиксировать его значение. Далее определяется грань, которую пересекает траектория при переходе из этого блока в следующий. По правилам перехода, описанным в Лемме 2, можно найти значения остальных индексов в нумерации искомого блока. Следует отметить, что при таком построении номер блока определяется однозначно с точностью до выбора начального индекса и грани, по которой осуществляется переход траектории, а кольцевая последовательность блоков валентности 1 формируется единственным образом.

Литература

1. *Казанцев М.В.* О некоторых свойствах графов доменов динамических систем // Сиб. журнал индустриальной математики. 2015. Т. 18. № 4. С.42–48.
2. *Glass L, Pasternack J.S.* Stable oscillations in mathematical models of biological control systems // Journ. of Math. Biology. 1978. Vol. 6. P. 207–223.
3. *Bukharina T.A., Furman D.P., Golubyatnikov V.P., Kirillova N.E., et al.* Mathematical and numerical models of two asymmetric gene networks // SEMR. 2018. Vol. 15. P. 1271–1283.
4. *Голубятников В.П., Минушкина Л.С.* Монотонность отображения Пуанкаре в некоторых моделях кольцевых генных сетей // Сиб. журнал индустриальной математики. 2019. Т. 22, № 3. С. 39–47.

А.Н. Кабанов

*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия*

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ЭЛЕМЕНТ ГРУППЫ УНИТРЕУГОЛЬНЫХ АВТОМОРФИЗМОВ

Пусть N – конечно порожденная нильпотентная метабелева алгебра Ли над полем F с множеством свободных порождающих $\{x_1, \dots, x_n\}$.

Любой элемент алгебры N можно представить, как линейную комбинацию элементов вида $[[[[a, b], c], d], \dots]$, поэтому для краткой записи будем опускать скобки, положив

$$[[a, b], c] = abc.$$

Введем на множестве порождающих линейную упорядоченность: $x_1 < x_2 < \dots < x_n$. В качестве базиса N можно выбрать одночлены вида

$$x_i x_j x_{k_1} \dots x_{k_s},$$

где $i < j$, $k_1 \geq i$, $k_1 \leq k_2 \leq \dots \leq k_s$.

Упорядочим базисные элементы в N лексикографическим порядком.

Выделим в группе $Aut\ N$ всех автоморфизмов алгебры N подгруппу унитарных автоморфизмов U_n , порожденную автоморфизмами вида:

$$\tau_i(y_i) : \begin{cases} x_i \rightarrow x_i + y_i, \\ x_j \rightarrow x_j, j \neq i, \end{cases}$$

где y_i принадлежит подалгебре, порожденной x_{i+1}, \dots, x_n .

Для краткости будем записывать произвольный автоморфизм φ алгебры N как $\varphi = (f_1, f_2, \dots, f_n)$, где $\varphi(x_i) = f_i$, $i = 1, \dots, n$.

Тогда произвольное отображение вида:

$$\varphi = (x_1 + f_1(x_2, \dots, x_n), \dots, x_i + f_i(x_{i+1}, \dots, x_n), \dots, x_n)$$

определяет автоморфизм из U_n , и группа U_n состоит из всех таких автоморфизмов.

Напомним, что коммутатором элементов φ и ψ называется элемент $[\varphi, \psi] = \varphi^{-1}\psi^{-1}\varphi\psi$. Подгруппа U'_n , порожденная всеми коммутаторами, называется коммутантом.

В работе А. Биер [1] доказано, что в случае поля нулевой характеристики каждый элемент коммутанта группы верхних унитреугольных матриц является коммутатором. В работе [2] Бахта Н.С. доказала, что любой элемент коммутанта группы верхних унитреугольных матриц представим в виде коммутатора некоторого фиксированного элемента этой группы, названного универсальным.

Утверждение 1: Коммутант подгруппы U_n состоит из всех возможных автоморфизмов вида

$$(x_1 + f_1(x_2, \dots, x_n), \dots, x_i + f_i(x_{i+1}, \dots, x_n), \dots, x_n),$$

где линейная часть многочлена f_i не содержит порождающий x_{i+1} .

Утверждение 2: Универсальным элементом группы унитреугольных автоморфизмов алгебры N является произвольный автоморфизм вида

$$(x_1 + x_2 + f_1(x_3, \dots, x_n), \dots, x_i + x_{i+1} + f_i(x_{i+2}, \dots, x_n), \dots, x_{n-1} + x_n, x_n).$$

Литература

1. Bier A. The width of verbal subgroups in the group of unitriangular matrices over a field // Int. J. Alg. Comput. 2012. Vol. 22. № 3. P. 21–41.
2. Бахта Н.С. О представимости коммутанта группы $UT_n(K)$ множеством значений функции одной переменной // Вестн. Ом. ун-та. 2012. № 2 (64). С. 44–46.

А.С. Котюргина¹, Е.И. Федорова², Ю.Б. Никитин³

¹*Омский государственный технический университет, г. Омск, Россия*

²*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия*

³*Омский государственный медицинский университет, г. Омск, Россия*

ДИНАМИКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ В ОМСКОЙ ОБЛАСТИ

В данном исследовании был проведен анализ заданий, требующих развернутого ответа, ЕГЭ и его результатов в Омской области.

Исследование показало, что задания традиционных письменных школьных выпускных и вузовских вступительных экзаменов по математике, проводившихся до введения ЕГЭ, были близки заданиям с развернутым ответом ЕГЭ. Их отличало, как правило, значительное разнообразие по типам задач и не меньшая сложность решения. В настоящее время можно сказать о предсказуемости большинства задач новой формы экзамена в условиях публикации демонстрационного варианта теста. Уравнения, неравенства и экономическая задача, требующие записи полного обоснованного решения, с каждым годом становятся проще. Наоборот же, геометрические задачи в основном сохраняют достаточно высокий уровень сложности, плохо решаются выпускниками и поэтому практически ничего не проверяют. Задачи повышенной трудности с элементами олимпиадного характера и задачи с параметрами, которые не входят в обязательную программу в нематематических классах средней школы, также плохо выполняются и практически не влияют на суммарные итоговые баллы большинства школьников.

Сравнительный анализ заданий ЕГЭ и статистический анализ его результатов в Омской области в 2004–2019 годах показал упрощение большинства задач с развернутым ответом и общее незначительное снижение результатов их выполнения школьниками, что доказывает ухудшение подготовки выпускников средней школы на протяжении последних пятнадцати лет.

UDC 519.6

V. Kreinovich¹, V. Krymsky²

¹*University of Texas at El Paso, El Paso, Texas, USA*

²*Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russian Federation*

**HOW HARD IS A GIVEN GENERAL PROBLEM?
A PRACTITIONER'S VIEW AND ITS RELATION
TO NP-HARDNESS AND TO AVERAGE COMPUTATION TIME**

How hard is a given general problem? Some general problems are computationally feasible, in the sense that there are efficient algorithms that solve all instances of this general problem in reasonable time. Example of such problems include solving systems of linear equations, optimizing a linear objective function under linear equality and inequality constraints (*linear programming*), and many others.

Other problems are harder. How do we gauge this hardness? A typical answer to this question – produced for many such hard problems – is to prove that the problem is NP-hard (technical details can be found, e.g., in [1]). Computer scientists often stop at this step, but is this what practitioners want from them? Our answer is “no”. Let us explain what we mean.

What NP-hardness means: a brief reminder. In a nutshell, NP-hardness mean that unless $P = NP$ (which most computer scientists believe to be false), no algorithm is possible to solve all the instances of this general problem in feasible (polynomial) time.

Let us describe this statement in precise terms. Let $t(x)$ denote the running time of an algorithm on input x . The existence of a polynomial-time algorithm would mean that there exists a polynomial $P(n)$ for which, for every input x , we have $t(x) \leq P(\text{len}(x))$, where $\text{len}(x)$ denotes the length of the input. Thus, the fact that no such polynomial is possible means that for every algorithm that solves the given general problem, for every polynomial $P(n)$, there exists an input x of length $\text{len}(x) = n$ for which $t(x) > P(n)$.

In other words, this means that *some* instances of the given general problem are hard.

Is this what practitioners want? Practitioners understand that sometimes things go wrong. Even with a perfect algorithm, a computer may malfunction. This is especially true for algorithms used in real-life systems: systems fail; ideally they fail very rarely, but they do fail.

From this viewpoint, the fact that for *some* instances the problem is hard is no big deal. If these instances are rare – e.g., as rare as computer faults – this is probably OK, a practitioner would not call such a problem computationally hard if for all other cases, the problem can be efficiently solved.

Is average time complexity an answer? Crudely speaking, NP-hardness means that the worst-case complexity is high, i.e., that the worst-case time $\max\{t(x) : \text{len}(x) = n\}$ corresponding to all inputs of size n grows, with n , faster than any polynomial.

A natural alternative – well-explored by computer scientists – is to consider *average-time* complexity, i.e., the expected value $a(n)$ of $t(x)$ over some probability distribution (describing how frequently such inputs occur in practice). For example, a well-known simplex method for solving linear programming problems requires, in the worst case, exponential time, but its average computation time is quite reasonable – and indeed, the simplex method works well in most practical problems.

But is this always a good answer? Not necessarily. If for some instances, the computation time $t(x)$ is very long, this will skew the mean value $a(n)$ even if the probability of such cases is very small. And from the practical viewpoint, this makes no sense: if for some instance x , computation goes for too long a time, we do not need to

follow it for millions of years: we just stop computations. So what *is* a good measure of hardness?

What is good measure of hardness? A better measure of hardness is the probability that a problem is hard. If for every polynomial $P(n)$, the probability that $t(x) > P(\text{len}(x))$ for inputs of length n exceeds a certain acceptable threshold value p , this means that the problem is *hard* for a significant portion of inputs.

If this probability always tends to 1 as n increases, this means that this problem is *very hard*.

Tasks and challenges. We have definitions. Now it is necessary to analyze which general problems are hard in the sense of these definitions.

This is much more difficult than proving NP-hardness: for that, it is enough to reduce a known NP-hard problem to a given one and thus show that *some* instances of the given problem are hard. However, this will not work for proving the above-defined practical hardness: even when some instance are hard, these instances may be rare and thus, the problem may turn out to be practically feasible.

References

1. *Papadimitriou C.*, Computational Complexity. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1994.

O. Kosheleva, V. Kreinovich

University of Texas at El Paso, El Paso, Texas, USA

QUANTUM PHYSICS EXPLAINS THE EXISTENCE OF MATTER

The usual non-quantum model of empty space-time is Minkowski space-time; see, e.g., [1; 2]. This space-time has many symmetries: all its properties are invariant with respect to spatial and temporal shifts, rotations in proper space, and Lorentz transformations – describing a transition to a moving observer. It is also invariant with respect to *scaling*: for each $c > 0$, if we transform each point with coordinates x_i to a point with coordinates $c * x_i$, all the properties remain the same.

Of course, once we add matter to this space-time, some of these symmetries disappear – there are particles at some points but not in others, so the configuration is no longer invariant with respect to all the shifts: it is not invariant if the shift brings from a point that contains a particle to a point in an empty part of the space. However, without matter, without particles, the Minkowski space-time is perfectly symmetric.

At first glance, nothing prevents us from considering quantum version of the same empty space-time. However, we will show that this is not the case: a fully quantum description of empty space-time is not possible.

Indeed, one of the main ideas of quantum physics is that everything becomes probabilistic. In particular, in the fully quantum case, there can be (and are) fluctuations of space-time structure, as a result of which the actual future cone – i.e., the set of all events which can be causally influenced by a given event – is, in general, somewhat different from the ideal Minkowski future cone. Because of this possibility, for any point b inside the Minkowski future cone of an event a , we are not 100% sure that a can causally influence b , there is some probability $p(a, b)$ that this influence is possible. This probability may be close to 1, but it is still smaller than 1.

Fluctuations make sense within a small vicinity of each space-time point. From the physical viewpoint, it makes sense to assume that if we go from the original point $a = (x, t)$ into its future $b = (x, t + T)$, with $T > 0$, then as the time interval T increases, this effect should decrease, and when T tends to infinity, the corresponding probability $p(a, b)$ should tend to 1.

However, as we have mentioned, the Minkowski space-time is invariant with respect to several transformations, including rotations around the spatial part x of the event a , Lorentz transformations, and scalings. This means that all the physical properties of this space-time should be invariant with respect to these transformation. In particular, this means that the expression $p(a, b)$ for the probability of causal influence should also be invariant with respect to all these transformations.

It is known that for every event a , every two points b and c in the Minkowski future cone for a can be obtained from each other by an appropriate combination of rotations, Lorentz transformations, and scalings. Thus, for every two such points b and c , the corresponding causality probabilities should coincide: $p(a, b) = p(a, c)$. In particular, for fixed b and $c = (x, t + T)$, we have $p(a, c) = p(a, (x, t + T)) = p(a, b) < 1$ for all T . Do, the value $p(a, (x, t + T))$ is smaller than 1 and constant (does not depend on T), and thus, this value cannot tend to 1 as T tends to infinity.

This contradiction shows that indeed, in a fully quantum theory, we cannot have an empty space-time.

At first glance, this result may sound negative, as one of the numerous seemingly paradoxical counter-intuitive consequences of quantum physics, but this result can also be interpreted in a positive way. While we are accustomed to the fact that in non-quantum physics, it is possible to have an empty space-time, this possibility is clearly paradoxical and counter-intuitive: a theory that aims to explain how the Universe functions, how matter is distributed in the Universe, cannot even explain that there should be matter in the first place. In contrast, quantum physics, by making empty space-time impossible, explains why the Universe should have matter in it.

This result fits well with Einstein's vision – which he clearly expressed when he formulated his General Relativity Theory – that

space-time is determined by matter and thus, empty space-time is not physical [1]. It is also consistent with the ideas of operationalism [1] actively promoted both by Einstein and by founders of quantum physics (such as Heisenberg): that a physical theory should only contain observable quantities. From this viewpoint, an empty space-time – in which there is no matter and thus, there are no sensors to measure its properties – makes no physical sense.

References

1. *Feynman R., Leighton R., Sands M.* The Feynman lectures on physics. Boston, Massachusetts, USA: Addison Wesley, 2005.
2. *Thorne K.S., Blandford R.D.* Modern classical physics: optics, fluids, plasma, elasticity, relativity, and statistical physics. Princeton, New Jersey, 2017: Princeton University Press, 2017.

K.J. Wiese¹, A.A. Fedorenko²

¹*Laboratoire de Physique, ENS de Paris, Université PSL, Paris, France*

²*Laboratoire de Physique, ENS de Lyon, Université de Lyon, Lyon, France*

FIELD THEORIES FOR LOOP-ERASED RANDOM WALKS

Random walks (RWs) which are not allowed to self-intersect play an important role in mathematics, statistical physics and quantum field theory. The two most prominent models are self-avoiding walks (SAWs) and loop-erased random walks (LERWs). The SAW was first introduced in polymer physics to model long polymer chains with self-repulsion due to excluded-volume effects. It is defined as the uniform measure on RW paths of a given length conditioned on having no self-intersection. Though this model is difficult to analyze rigorously, it was discovered by de Gennes [1] that its scaling behavior in d dimensions is given by the $O(n)$ symmetric ϕ^4 -model in the unusual limit of $n = 0$. A loop-erased random walk (LERW) is defined as the trajectory of a RW in which any loop is erased as soon as it is formed [2]. Similar to a SAW it has a scaling limit in all dimensions, e.g. the end-to-end distance R scales with the intrinsic length L as $R \sim L^{1/D}$, where D is the fractal dimension.

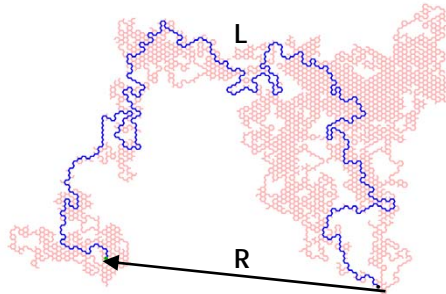


Figure. Trace of a LERW in blue, with the erased loops in red, on a 2-dimensional Honeycomb lattice.

It is crucial to note that while both LERWs and SAWs are non-self-intersecting, their fractal dimensions do not agree since they have a different statistics on the same set of allowed trajectories.

LERWs appear in many combinatorial problems, e.g. the shortest path on a uniform spanning tree is a LERW [3]. In contrast to SAWs, LERWs have no obvious field-theoretic description. In three dimensions LERWs have been studied numerically, while in two dimensions they are described by Schramm Loewner evolution (SLE) [4]. Coulomb-gas techniques and conformal field theory link this to the two-dimensional $O(\mathbf{n})$ symmetric ϕ^4 -model at $\mathbf{n} = -2$. We established the connection between both theories in arbitrary dimension via a perturbation expansion in the coupling constant [5]. Another candidate for the field theory of LERWs is the field theory of charge-density waves (CDWs) pinned by quenched disorder. Their relation to the LERWs had been conjectured in our early work [6] using another conjecture of Narayan and Middleton that pinned CDWs can be mapped onto the Abelian sandpile model [7]. The connection of Abelian sandpiles with uniform spanning trees, and thus with LERWs, was earlier established in [8]. We explicitly showed that both theories yield identical results to 4-loop order and give a non-perturbative proof of their equivalence [9]. This allowed us to compute the fractal dimension of LERWs to order ε^5 where $\varepsilon = 4 - \mathbf{d}$. In particular, in $\mathbf{d} = 3$ our theory gives the fractal dimension $\mathbf{D} = 1.6243 \pm 0.001$, in excellent agreement with the best estimate $\mathbf{D} = 1.62400 \pm 0.00005$ of numerical simulations [10].

References

1. *De Gennes P.-G.* Exponents for the excluded volume problem as derived by the Wilson method // *Phys. Lett. A* 1972. 38, 339–340.
2. *Lawler G.F.* A self-avoiding random walk // *Duke Math. J.* 1980. 47, 655–693.
3. *Schramm O.* Scaling limits of loop-erased random walks and uniform spanning trees // *Israel J. Math.* 2000. 118, 221–288.
4. *Lawler G.F.* The Laplacian random walk and the Schramm-Loewner evolution // *Illinois J. Math.* 2006. 50, 701–746.
5. *Wiese K.J., Fedorenko A.A.* Field theories for loop-erased random walks // *Nucl. Phys. B.* 2019. 946, 114696.
6. *Fedorenko A.A., Le Doussal P., Wiese K.J.* Field theory conjecture for loop-erased random walks // *J. Stat. Phys.* 2008. 133, 805–812.

7. *Narayan O., Middleton A.A.* Avalanches and the renormalization-group for pinned charge-density waves // Phys. Rev. B. 1994. 49, 244–256.
8. *Majumdar S.N.* Exact fractal dimension of the loop-erased self-avoiding walk in two dimensions // Phys. Rev. Lett. 1992. \bf 68, 2329–2331.
9. *Wiese K.J., Fedorenko A.A.* Depinning transition of charge-density waves: mapping onto $O(n)$ symmetric ϕ^4 theory with $n \rightarrow -2$ and loop-erased random walks // arXiv:1908.11721
10. *Wilson D.B.* Dimension of the loop-erased random walk in three dimensions // Phys. Rev. E. 2010. 82, 062102.

*Д.Н. Бухаров, А.О. Кучерик, С.М. Аракелян,
В.Д. Самышкин, Б.С. Назаренко*

*Владимирский государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых,
г. Владимир, Россия*

МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ОСТРОВКОВОЙ НАНОПЛЕНКИ РbТе, ОСАЖДЕННОЙ ИЗ КОЛЛОИДА, В ПРИБЛИЖЕНИИ ФРАКТАЛЬНОГО БРОУНОВСКОГО ДВИЖЕНИЯ

Сегодня островковые нанопленки РbТе находят широкое применение в различных приложениях нано- и микроэлектроники, благодаря их уникальным свойствам, существенно зависящим от структуры сформированных на подложках различной природы наноагломератов.

Исходные структуры РbТе были выращены методом термодиффузного осаждения. Особенности процесса нанесения слоев теллурида свинца и параметры исследуемых пленок подробно описаны в работе [1].

Для описания процесса осаждения частиц из коллоида, вследствие которого происходило формирование структуры островковой нанопленки, была применена модель фрактального броуновского движения [2], реализованная через механизмы случайных блужданий структур по плоскости. Для моделирования процесса осаждения пленки предположим, что на каждом шаге на подложку из коллоида осаждается структура, которая случайно блуждает, тем самым формируя траектории движения затравочной структуры и рельеф нанопленки.

Метод случайных блужданий на плоскости [3] описывается через случайное изменение координат (x , y) движущихся частиц на плоскости:

$$x_n = x_0 + \sum_{i=1}^n stx_i, y_n = y_0 + \sum_{i=1}^n sty_i, \quad (1)$$

где x_0, y_0 – координаты начала блуждания, stx, sty – шаги по горизонтали и вертикали соответственно, n – количество шагов.

Расчетная область представляла собой квадрат, в центральную часть которой моделировалось воздействие лазерного пучка, который представлялся как квадрат с длиной стороны $1000d$, где d – диаметр наночастицы. Расчет величины шага по горизонтали и вертикали вне области лазерного воздействия производился по формуле:

$$stx = sty = (2 \cdot D \cdot \tau)^{1/2} \cdot randn \cdot Tc, \quad (2)$$

где D – коэффициент диффузии, τ – шаг по времени, $randn$ – нормально распределенное случайное число, коэффициент уменьшения шага $Tc = 1 / randi$, где $randi$ – случайное целое число из отрезка $[1: pC]$, где pC – количество двигающихся частиц.

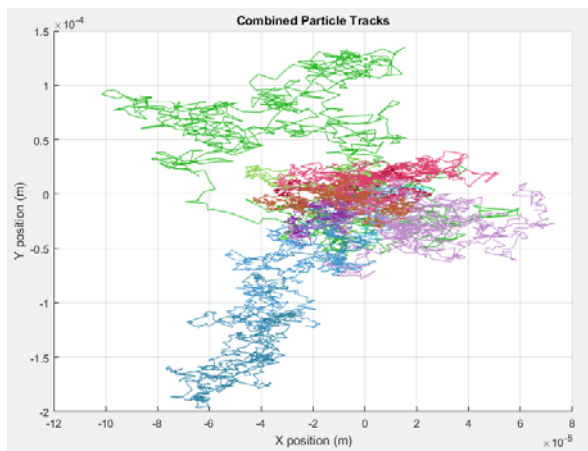
В области лазерного воздействия величина шага составляла величину

$$stlx = \alpha \cdot stx, stly = \alpha \cdot sty, \quad (3)$$

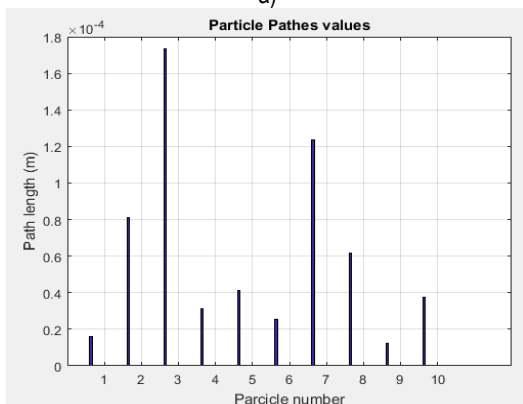
где $\alpha > 1$ – коэффициент, описывающий ускорение частиц, вследствие лазерного воздействия.

По предложенной выше модели были проведены расчеты структуры осажденных пленок из коллоида (рис.). В расчетах варьировалось количество частиц, и количество временных шагов, диаметр частиц составлял 1 нм, а в качестве жидкости выбиралась вода $\zeta = 10^{-3}$ Па/с, при температуре $T = 293$ К. Размер пучка лазерного излучения составлял порядка 1 мкм.

Например, расчеты из рисунка позволяют оценить размеры агломератов в пределах от 20 до 180 мкм, а горизонтальный и вертикальный размеры пленки составили 178 мкм и 350 мкм соответственно, что на качественном уровне удовлетворяет результатам экспериментальных измерений. Предложенный метод позволяет рассчитать длины траекторий движения частиц и определить как величины отдельных структур пленки, так и ее размеры в целом.



a)



б)

Структура пленки для 1000 шагов для 10 затравочных структур (а),
длины структур, образованных ими (б)

Литература

1. *Antipov A.A, Arakelyan S.M. etc.* CW laser-induced formation of a nano-particle ensemble with a bimodal size distribution on PbTe films // *Quantum Electronics*. 2011. № 41 (8). С. 735–37.
2. *Кроновер П.М.* Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М.: Постмаркет, 2000.
3. *Slade G.* Self-avoiding walk, spin systems and renormalization // *Proc.R. Soc. A*475: 20180549. 2019. <http://dx.doi.org/10.1098/rspa.2018.0549>.

А.М. Ерёмин¹, П.В. Захаров¹, М.Д. Старостенков²

*¹Алтайский государственный гуманитарно-педагогический университет
им. В.М. Шукшина, г. Бийск, Россия*

*²Алтайский государственный технический университет
им. И.И. Ползунова, г. Барнаул, Россия*

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОАМПЛИТУДНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ CuPt_7 *

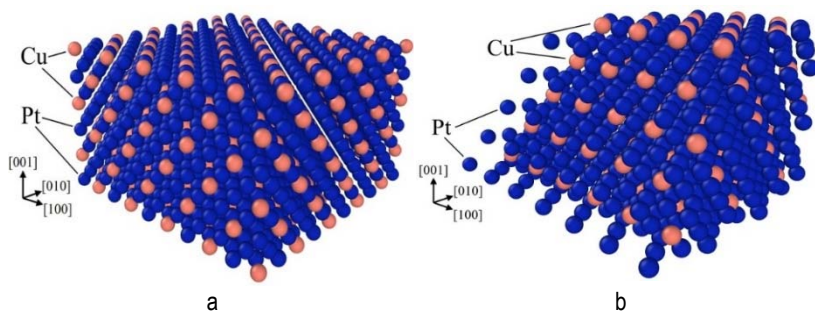
Концепция локализации энергии на узлах идеальных кристаллов активно начала развиваться с работ [1; 2], в дальнейшем данное направление переросло в теорию дискретных бризеров и сопутствующих направлений [3]. Дискретный бризер (ДБ) представляет собой нелинейные локализованные незатухающие колебания большой амплитуды атомов идеального кристалла. Исследования, связанные с ДБ, в последнее время вышли на более высокий уровень. Результаты многочисленных недавних работ говорят о том, что ДБ существуют практически во всех кристаллах [4]. Есть все основания полагать, что ДБ найдут свое место при объяснении различных физических явлений в кристаллах. С понятием дискретный бризер тесно связано понятие нелинейной локализованной моды, в ранних работах они часто использовались как синонимы. В данной работе мы рассмотрим оба этих термина применительно к высокоамплитудным колебаниям решетки кристалла CuPt_7 .

Целью данной работы является анализ структуры и свойства кристалла CuPt_7 на предмет возможности существования нелинейных высокоамплитудных колебаний легкой компоненты сплава посредством метода молекулярной динамики.

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и правительства Алтайского края в рамках научного проекта № 18-42-220002 р_а.

В качестве метода исследования в нашей работе выбран метод молекулярной динамики. Выбор метода обусловлен рядом фактором. ДБ весьма затруднительно наблюдать в натурном эксперименте в виду того, что они не являются топологическими дефектами, имеют время жизни порядка нескольких тысяч периодов атомных колебаний, что составляет около 0,1 нс, кроме того, в металлах они могут перемещаться со значительными скоростями. В то же время, компьютерное моделирование стало весьма продуктивным методом исследования в физике конденсированного состояния и в материаловедении. Этот факт обусловлен постоянным ростом мощности и доступности вычислительных машин, разработкой и программной реализацией численных методов.

Моделирование проводилось с использованием пакета молекулярной динамики LAMMPS Molecular Dynamics Simulator [5]. Исследуемая модель представляла собой объёмный ГЦК кристалл CuPt₇, содержащий 23328 частиц (рис.), взаимодействующих посредством потенциала, полученного методом погруженного атома (EAM-потенциал) [6]. Рассматривались два варианта решетки с ортогональными базисными векторами (рис. *a*) и тригональная конфигурация (рис. *b*).



Структура кристалла CuPt₇,
 а) с ортогональными базисными векторами, б) тригональная структура

Рассчитаны и проанализированы плотности фононных состояний кристалла для двух видов его структур. Продемонстрировано, что фононная система кристалла имеет узкую запрещенную зону для триклинной структуры. Выявлены зависимости воз-

возможности существования высокоамплитудных колебаний от начальных условий. Показано, что такие колебания возможны при начальном отклонении атома Cu из положения равновесия на величину более $0,95 \text{ \AA}$ для ГЦК CuPt₇. Такие колебания не являются дискретными бризерами. Для таких осцилляторов получены их время существования, объем запасенной энергии и прочие характеристики, позволяющие охарактеризовать нелинейные высокоамплитудные колебания решетки.

Литература

1. Долгов А. С. Локализация колебаний в нелинейной кристаллической структуре // Физика твердого тела. 1986. Т. 28, № 6. С. 1641.
2. Sievers A.J., Takeno S. Intrinsic localized modes in anharmonic crystals // Physical Review Letters, 1988, vol. 61, no. 8, pp. 970–973.
3. Дмитриев С.В., Корзникова Е.А., Баимова Ю.А., Веларде М.Г. Дискретные бризеры в кристаллах // Успехи физических наук. 2016. Т. 186, № 5. С. 471–488.
4. Manley M.E., Sievers A.J., Lynn J.W., Kiselev S.A., Agladze N.I., Chen Y., Llobet A., Alatas A. Intrinsic localized modes observed in the high temperature vibrational spectrum of NaI // Physical Review B. 2009, vol. 79, pp. 134304.
5. LAMMPS Molecular Dynamics Simulator. URL: <http://lammps.sandia.gov/> (дата обращения: 14.09.2019).
6. Zhou X. W., Johnson R. A., and Wadley H. N. G. Misfit-energy-increasing dislocations in vapordeposited CoFe/NiFe multilayers // Physical Review B, 2004, vol. 69, pp. 144113.

С.Н. Верзунов, Н.М. Лыченко

*Институт машиностроения и автоматики
Национальной Академии наук Кыргызской республики,
г. Бишкек, Кыргызстан*

КРАТКОСРОЧНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИНДЕКСА КАЧЕСТВА ВОЗДУХА НА ОСНОВЕ АRIMA-МОДЕЛЕЙ

В последние годы остро стоит проблема ухудшения качества воздуха в больших городах. Это связано со стремительным увеличением автотранспорта в городской черте, неудовлетворительной работой фильтров топливно-энергетического комплекса, увеличением в отопительный сезон выбросов частного сектора. Одним из показателей загрязненности атмосферного воздуха является индекс качества воздуха (Air Quality Index, AQI). Вычисление AQI основано на измеренных уровнях загрязняющих веществ в атмосфере: диоксида серы (SO₂), диоксида азота NO₂, взвешенных частиц меньше 10 мкм (PM₁₀) и взвешенных частиц меньше 2,5 мкм (PM_{2.5}), окиси углерода (CO) и озона (O₃).

Основная задача настоящей работы – оценить временную изменчивость индекса качества воздуха в г. Бишкек и разработать модели для его краткосрочного прогноза. В качестве моделей выбраны наиболее популярные и эффективные статистические модели для прогноза временных рядов (ВР) – интегрированные модели авторегрессии-скользящего среднего (AutoRegressive Integrated Moving Average model, ARIMA-модели), впервые предложенные Боксом и Дженкинсом [1]. В их основе лежит фундаментальный принцип, что будущие значения ВР генерируются некоторой линейной функцией прошлых наблюдений и случайной ошибкой (белым шумом). В силу того, что инерционность во ВР загрязнений велика, ARIMA-модели широко используются для прогноза загрязнений атмосферного воздуха.

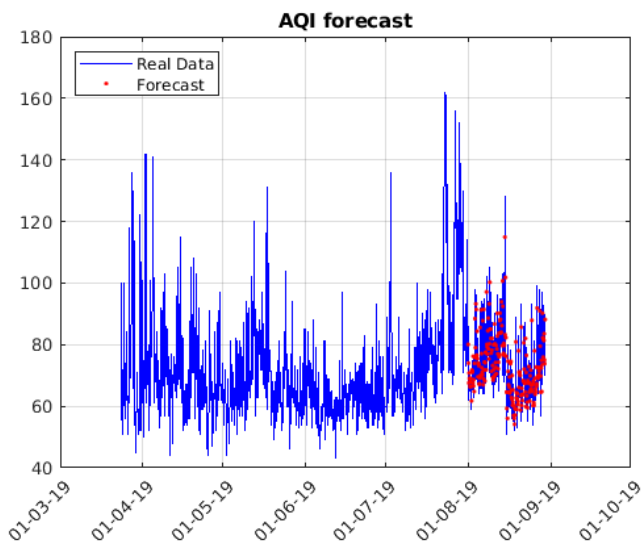
В общем виде ARIMA(p, d, q) модель имеет форму:

$$\phi(B)(1 - B)^d y_t = \theta(B)\epsilon_t,$$

где y_t – значения модельного ряда в момент времени t ; ε_t – случайная ошибка с нулевым средним и постоянной дисперсией; $\phi(B)$, $\theta(B)$ – полиномы степени p и q , B – лаговый оператор, с учетом которого

$$By_t = y_{t-1}, B^2y_t = y_{t-2}, \dots, B^d y_t = y_{t-d}, B^j \varepsilon_t = \varepsilon_{t-j}, j = 0, 1, \dots;$$

d – порядок взятия последовательной разности $\Delta y_t = y_{t-1} - y_t$ (используется для того, чтобы сделать ряд стационарным). Подходящий порядок ARIMA-модели, т. е. набор параметров p , d и q обычно подбирается в соответствии с методологией построения модели Бокса – Дженкинса [1].



В настоящей работе использованы данные об AQI г. Бишкек, размещенные на сайте [2]. На рисунке ниже представлен график ВР AQI за период с 24.03.19 по 29.08.19 с интервалом в 3 часа. Среднее значение ВР – 71.44, что соответствует среднему уровню загрязненности воздуха. ВР нестационарный, что подтверждает расширенный тест Дики-Фуллера [3]. ВР был разделен на 2 части: обучающую выборку в 1040 отсчетов (соответствует 130 дням наблюдений) и тестовую в 232 отсчета (29 дней). Для анализа исходного ряда построены автокорреляционная ACF и

частичная автокорреляционная PACF функции. Анализ ACF показал, что ВР содержит периодичность в 8 лагов, что соответствует 24 часам и согласуется с результатами, представленными в [4]. В результате анализа PACF и после проведения вычислений с различными значениями коэффициентов p , d и q в ARIMA-моделях получены различные варианты прогнозов. Наименьшая среднеквадратическая ошибка $MSE=17.14$ и наилучший коэффициент детерминации $R^2 = 0.88$ соответствуют варианту модели $p = 4$, $d = 1$, $q = 0$, результат прогноза с использованием которой также представлен на приведенном рисунке.

Литература

1. *Box G.E.P., Jenkins G.* Time Series Analysis, Forecasting and Control. Holden-Day, San Francisco, CA, 1970. 453 с.
2. AirNow Department of State // https://airnow.gov/index.cfm?action=airnow.global_summary#U.S._Department_of_State \$Bishkek, (дата обращения: 30.09.2019).
3. *MacKinnon J.G.* Critical Values for Cointegration Tests // Queen's University, Dept of Economics, Working Papers, 2010. URL: <http://ideas.repec.org/p/qed/wpaper/1227.html>.
4. *Верзунов С.Н., Лыченко Н.М.* Анализ и ARIMA-модели динамики изменения концентрации PM2.5 в атмосферном воздухе г. Бишкек // Проблемы автоматки и управления. 2019. № 1 (36). С. 147-155. DOI: 10.5281/zenodo.3253027.

А.П. Жук, Д.В. Орел, Е.П. Жук

*Северо-Кавказский федеральный университет,
г. Ставрополь, Россия*

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВОЗДЕЙСТВИЯ АКТИВНЫХ ПОМЕХ НА УСТОЙЧИВОСТЬ РАБОТЫ ГЛОБАЛЬНОЙ НАВИГАЦИОННОЙ СПУТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ

Во всех существующих и проектируемых глобальных навигационных спутниковых системах (ГНСС), в том числе в ГНСС ГЛОНАСС, используются навигационные сигналы (НС), реализующие кодовое разделение каналов. Сфера применения ГНСС ГЛОНАСС постоянно расширяется, а от надежности её функционирования зависит устойчивость работы многих технических систем, в том числе в критически-важной инфраструктуре. Самым вероятным способом дестабилизации работы ГНСС является радиоэлектронное подавление её НС.

Для радиоэлектронного подавления (РЭП) ГНСС могут использоваться активные помехи, которые делятся на маскирующие и имитирующие. Маскирующие помехи создают на входе навигационную аппаратуру потребителей (НАП) фон, который затрудняет обнаружение НС и оценивание их параметров [1].

Активные имитирующие помехи предназначены для внесения ложной информации в НАП и перегрузки каналов первичной обработки информации с целью нарушения функционирования НАП.

Эффективность маскирующих помех зависит от соответствия временных, спектральных и статистических характеристик НС и помехи, а также от отношения сигнал/помеха на входе НАП. В качестве критерия эффективности помех при РЭП НАП ГНСС целесообразно использовать коэффициент подавления [19].

Помехозащищённость ГНСС характеризуется вероятностью успешного решения навигационной задачи в условиях отсутствия РЭП $P_{РНЗ}$, которая определяется в основном вероятностью успешного выполнения первичной обработки информации в НАП, в ходе которой применяются статистические алгоритмы, обеспечивающие выделение НС на фоне помех и оценивание их информационных параметров [2].

Для РЭП НАП ГНСС среди маскирующих помех наиболее эффективны прицельные и заградительные непрерывные шумовые помехи, которые реализуются на основе квазибелого шума и гармонических процессов:

1) Шумоподобная помеха (ШП) типа «квазибелый» шум

$$P_1(t) = U_{му}(t) \cos[\omega_{p1}t + \phi_{p1}(t)], \quad \omega_{p1} \approx \omega_0; \quad \omega_0 = 2\pi L, \quad (1)$$

2) Гармоническая помеха (ГП)

$$P_2(t) = U_{mp} \cos[\omega_{p2}t + \phi_{p2}], \quad \omega_{p2} \in [\omega_0 - \pi\Delta f_{ЛТ}; \omega_0 + \pi\Delta f_{ЛТ}]. \quad (2)$$

3) Прицельная имитирующая помеха

$$P_{ii}(t) = K_i U_m Q_i(t - t_d - \Delta\tau) \sin[2\pi(L \pm \Delta f)(t - t_d - \Delta\tau) + \phi], \\ i \in [1, n_{НКА}]. \quad (3)$$

Прицельная имитирующая помеха включает в себя процесс, подобный НС, с частотным и временным рассогласованием, а также с фиксированным значением фазы огибающей манипулирующей функции, где K_i – коэффициент, учитывающий уровень прицельной имитирующей помехи, i – номер навигационного космического аппарата (НКА) из доступного созвездия в месте организации помехи на поверхности Земли.

4) Следящая имитирующая помеха

$$P_{i2}(t) = K_i U_m Q_i(t - t_d - \tau(t)) \sin[2\pi(L \pm \Delta f)(t - t_d - \tau(t)) + \phi], \\ i \in [1, n_{НКА}], \quad \tau(t) = r(t)/c, \quad (4)$$

которая подобна прицельной имитирующей помехе, но с переменной начальной фазой манипулирующей функции, закон изменения которой соответствует изменению расстояния $r(t)$ от НАП до станции РЭП.

5) Заградительная имитирующая помеха (ЗИП):

$$P_{i3}(t) = \sum_{i=1}^{n_{\text{НКА}}} K_i U_m Q_i(t - t_d - \tau_j) \sin[2\pi(L \pm \Delta f)(t - t_d - \tau_j) + \phi], \quad (5)$$

имитирующая набор НС $S_i(t)$ с одинаковым частотным рассогласованием для всех компонентов и разным временным рассогласованием для каждого компонента.

В данной работе проводится моделирование процесса воздействия активных помех рассмотренных классов на устойчивость работы ГНСС. В результате моделирования установлено, что ЗИП являются эффективнее ШП и ГП по критерию необходимого энергетического потенциала для РЭП НС ГНСС. Кроме того, методы повышения помехозащищённости НАП ГНСС менее эффективны при использовании противоборствующей стороной ЗИП, в отличие от ШП и ГП [2]. Поэтому для повышения помехозащищённости ГНСС следует, прежде всего, обеспечить противодействие организации ЗИП.

Литература

1. *Борисов В.И., Зинчук В.М.* Помехозащищённость систем радиосвязи. Вероятностно-временной подход. 2-е, изд. испр. М.: РадиоСофт, 2008. 260 с.
2. *Дятлов А.П., Дятлов П.А., Кульбикаян Б.Х.* Радиоэлектронная борьба со спутниковыми радионавигационными системами. М.: Радио и связь, 2004. 226 с.

А.П. Жук, А.В. Студеникин, Е.П. Жук

Северо-Кавказский федеральный университет, г. Ставрополь, Россия

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОРТОГОНАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ ДЛЯ ПЕРСПЕКТИВНЫХ СИСТЕМ КОРОТКОВОЛНОВОЙ РАДИОСВЯЗИ

Одним из направлений развития в области современных инфокоммуникационных технологий России является реализация масштабных проектов, направленных, на освоение Арктической зоны, районов Сибири и Дальнего Востока, являющихся малонаселенными, в связи с неблагоприятными природными условиями. В таких районах применение и развитие телекоммуникационной инфраструктуры, которая используется в густонаселенных районах России (системы мобильной радиосвязи, беспроводные компьютерные сети и пр.), может быть экономически нецелесообразным. Малонаселенные районы не самые приоритетные для всех операторов проводной и сотовой связи.

В связи с этим возникает необходимость внедрения таких технологий передачи информации в сельских, удаленных и малонаселенных районах, которые могут обеспечить надежную и экономически целесообразную передачу информации для всех категорий пользователей вне зависимости от вышеуказанных причин.

Вариантом решения задачи охвата новыми технологиями передачи данных рассматриваемых территорий и населенных пунктов является применение КВ-систем радиосвязи [2]. Известно, что для передачи 1 Мбайт информации в сутки на расстояние до 1000 км при использовании разных каналов ориентировочно затрачиваются следующие средства: спутниковая связь – \$4000; волоконно-оптическая связь – \$2500; КВ-радиосвязь – \$30.

КВ-радиосвязь при малых затратах позволяет организовать связь на больших расстояниях при относительно малой мощности передатчика, обеспечить возможность передачи различной

информации любому количеству корреспондентов, в том числе через различного рода препятствия (океаны, моря, горы, пустыни, чужие территории и т. д.), связи во время движения и с движущимися объектами (корабли, самолеты, автомобили и т.д.).

Вместе с тем КВ-радиосвязь имеет следующие недостатки: наличие замираний сигнала вследствие многолучевого распространения радиоволн, существенное затухание сигнала на трассе КВ-радиосвязи, зависимость качества связи от времени суток, года и состояния ионосферы, ограниченный ресурс используемого диапазона частот, а также низкие скорости передачи информации, достигаемые в стандартных каналах, зависимость качества радиосвязи от характеристик используемых антенн, которые при этом, имеют существенные размеры [3]. При всех недостатках, присущих КВ-радиосвязи, она обладает и выраженной экономической целесообразностью.

Для снижения недостатков КВ-радиосвязи необходимо использовать перспективные технологии. Такой технологией является применение широкополосных систем радиосвязи в КВ-диапазоне радиоволн, известным преимуществом которых является возможность одновременной работы в одном частотном диапазоне с обычными узкополосными системами. Вместе с тем, при использовании широкополосных систем радиосвязи возможно решение проблемы снижения качества канала связи при появлении замираний, типичных для КВ-радиоканала [2].

Для повышения эффективности использования КВ-радиолиний в настоящей работе предлагается, в зависимости от имеющегося частотного ресурса КВ-радиоканала, использовать ортогональные сигналы-переносчики с изменяющимся размером (базой) [4]. Данный подход позволяет повысить эффективность применения КВ-радиолинии за счет того, что скорость передачи информации, в зависимости от качества КВ-радиоканала, будет изменяться плавно, по сравнению с известным подходом, когда база меняется дискретно 32, 64, 128 и т. д.

В качестве моделей ортогональных сигналов-переносчиков в предлагаемом подходе используется математическая модель, основанная на представлении систем сигналов совокупностью собственных векторов симметрических матриц [1].

Таким образом, в данной работе предложен подход повышения эффективности использования КВ-радиосвязи, на основе ортогональных сигналов-переносчиков с плавно изменяющимся размером (базой), в зависимости от имеющегося частотного ресурса коротковолнового радиоканала. При этом моделирование систем дискретных ортогональных фазоманипулированных сигналов произвольного размера сводится к алгебраическому нахождению собственных векторов действительных симметрических матриц требуемого порядка.

Литература

1. *Жук А.П., Черняк З.В., Сазонов В.В., Иванов А.С.* О целесообразности использования ортогональных ансамблей сигналов с изменяющейся размерностью в системе CDMA // Известия ЮФУ Технические науки. 2008. № 8 (85). С. 190–195.
2. *Ступницкий М.М., Лучин Д.В.* Потенциал КВ-радиосвязи – для создания цифровой экосистемы России // Электросвязь. 2018. № 5. С. 49–54.
3. *Ступницкий М.М.* КВ-радиосвязь: ренессанс на цифровой основе // Электросвязь. 2014. № 10. С. 37–38.
4. *Попенко В.С.* Оценка ширины спектра дискретных сигналов // Радиотехника. 1996. № 11. С. 57–59.

Е.В. Рабинович

*Новосибирский государственный технический университет,
г. Новосибирск, Россия*

МОДЕЛЬ 5 ВОДНЫХ ДИССИПАТИВНЫХ СИСТЕМ ОРГАНИЗМА ЧЕЛОВЕКА

В мире признается высокая эффективность традиционной китайской медицины (ТКМ). Древние китайские ученые связывали механизмы самоорганизации в природе с движением и видоизменением энергии Ци (Qi).

Согласно восточным медицинским концепциям энергия Ци в организме человека осуществляет «нормальное суточное движение» строго направленным последовательным переключением (по Большому и Малому кругам) активности 5 первоэлементов. Эти последовательные переключения вызывают переход всех акупунктурных точек (АТ) из состояния рефрактерности в активное состояние, которое характеризуется диссипацией тепловой энергии.

Известно, что в организме человека одновременно происходят два взаимосвязанных процесса упорядоченности – вещества (структуры водосодержащих сред его тканей и органов) и энергии (структуры теплового излучения этих сред). Эти процессы в эксперименте наблюдаются в виде переключения активности 5 водных диссипативных систем (ДС) [1; 2].

Предлагается упрощенная математическая модель, адекватная основным понятиям и концепциям ТКМ, а также отвечающая современным представлениям о закономерностях процессов самоорганизации человека [3; 4].

Рассмотрим аттрактор системы, включающей 5 ДС, в фазовом пространстве. Он представляет собой инвариантный двумерный тор, с центральной образующей в виде эллипса, вытянутого в вертикальном направлении. Сечение тора плоскостью, перпендикулярной центральной образующей, представляет собой

окружность с центром, лежащим на образующей. Каждую пятую часть суток радиус окружности изменяется.

Обозначим Q_k норму энергии Ци, соответствующую центральной образующей тора, рефрактерных АТ k -й диссипативной системы ДС $_k$. Пусть I_k и Y_k – обозначает Инь и Янь части энергии Ци ДС $_k$, а недостаток или избыток соответствующей энергии обозначен $\pm\Delta I_k$ или $\pm\Delta Y_k$.

Моделью Янь и Инь автоколебаний ДС $_k$ служат импульсные системы типа поглощение – сброс и излучение – сброс, с периодом $T_k = \frac{T}{5N_k}$, где T – сутки, N_k – количество АТ в ДС $_k$. Динамика этих колебаний описывается переменными $Q_I(t)$ и $Q_Y(t)$, состоящими из двух компонент:

- излучение (Инь) или поглощение (Янь) энергии n -й активной АТ $_n$ диссипативной системы ДС $_k$, происходящее по линейному закону, от уровня $Q_k \pm (\Delta I_k \vee \Delta Y_k)$ до уровня $Q_k + (-I_k \pm \Delta I_k)$ или $Q_k + (Y_k \pm \Delta Y_k)$:

$$Q_I(t) = Q_k - \frac{Q_k + (I_k \pm \Delta I_k)}{T_k}(t - t_n);$$

$$Q_Y(t) = Q_k - \frac{Q_k + (-Y_k \pm \Delta Y_k)}{T_k}(t - t_n); k = 1 - 5.$$

- мгновенный (в модели, в действительности, до начала следующего интервала активности данной АТ) сброс энергии АТ до уровня реальной рефрактерности $Q_k \pm (\Delta I_k \vee \Delta Y_k)$ /

Введем внешнюю силу, изменяющую верхний порог автоколебаний W_k по гармоническому закону: $U(t_n) = Q_k + W_k + U_0 \sin \omega_0 t_n$, где $W_k = -I_k \pm \Delta I_k \vee Y_k \pm \Delta Y_k$. Зависимость энергии от времени в пределах одного импульса описывается соотношениями:

$$Q_W(t) = Q_k + W_k + U_0 \sin \omega_0 t_n - \frac{Q_k + W_k}{T_k}(t - t_n),$$

$$Q_k + W_k + U_0 \sin \omega_0 t_n - \frac{Q_k + W_k}{T_k}(t_{n+1} - t_n) = 0,$$

$$t_{n+1} = t_n + T_k \left(1 + \frac{U_0}{Q_k + W_k} \sin \omega_0 t_n \right).$$

Это отображение (искомую модель) удобно представить безразмерной переменной $\theta_n = \omega_0 t_n$, получая **отображение окружности** $0 < \theta < 2\pi$:

$$\theta_{n+1} = [\theta_n + \Delta_k + \varepsilon_k \sin \theta_n] \pmod{2\pi}.$$

Модель определяют 2 параметра. Первый $\Delta_k = \omega_0 T_k = \frac{2\pi\omega_0}{\omega_k}$, где $\omega_k = \frac{2\pi}{T_k}$ – частота собственных колебаний ДС_k, которую можно интерпретировать как расстройку по частоте внешней силы и собственных колебаний ДС_k. Второй $\varepsilon_k = \frac{U_0 \Delta_k}{Q_k + W_k}$ представляет отношение амплитуд энергий внешней силы и ДС_k.

Литература

1. *Goldberger A.L.* Nonlinear dynamics, fractals, and chaos: applications to cardiac electrophysiology // *Ann. Biomed. Eng.* 1990. Vol. 18, no. 2. P. 195–209.
2. *Кершенгольц Б.М., Чернобровкина Т.В., Небрат В.В., Рабинович Е.В., Хлебный Е.С., Шейн А.А., Кершенгольц Е.Б.* Действие водно-спиртовых систем на диссипативные состояния человека. Гипотетическая модель биогенности и наркогенности спиртосодержащих продуктов. // *Наркология.* 2004. № 8. С. 64–76.
3. *Рабинович Е.В.* Особенности динамики системы трех связанных синус-отображений окружности // *Математическое и компьютерное моделирование: материалы международной конференции.* Омск: Изд-во Ом. гос. ун-та, 2016. С. 40–42.
4. *Рабинович Е.В.* Влияние внешнего воздействия на систему трех связанных синус-отображений окружности // *Математическое и компьютерное моделирование: материалы международной конференции.* Омск: Изд-во Ом. гос. ун-та, 2018. С. 34–36.

В.В. Гольяпин¹, Н.А. Диденко¹, Е.В. Надей²

¹*Омский филиал Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН,
г. Омск, Россия*

²*Омский государственный медицинский университет, г. Омск, Россия*

ФОРМИРОВАНИЕ ПРОГНОСТИЧЕСКИХ ТАБЛИЦ АЛЛЕРГИЧЕСКИХ ТРИГГЕРОВ «ПЫЛЬЦА ДЕРЕВЬЕВ»

Актуальность исследуемой темы состоит в том, что аллергия – одна из самых распространённых иммунопатологических процессов в мире и ее эпидемический рост за последние 30–40 лет очевиден. Результаты многочисленных российских и зарубежных эпидемиологических исследований объективно отражают неуклонное увеличение аллергопатологии. Пыльцевые аллергены являются одними из самых распространённых аллергических триггеров. Аллергией на пыльцу в страдают около 15 % населения, это одно из самых распространенных аллергическое заболевание.

Цель работы – построение дисперсионных комплексов и прогностических таблиц, позволяющих оценивать воздействия комбинации аллергических триггеров «береза + ольха» на категорию наблюдаемых симптомов, диагностируемых в шкале порядка.

Основными задачами данного научного исследования – расчет совместных распределений комбинации соответствующих аллергических триггеров и симптомов, формирования прогностических таблиц и построение дисперсионных комплексов.

Материалы и методы: под наблюдением в течение 3 лет находилось 119 пациентов 18–35 лет с атопической формой бронхиальной астмы средней тяжести, коморбидной с аллергическим ринитом и атопическим дерматитом.

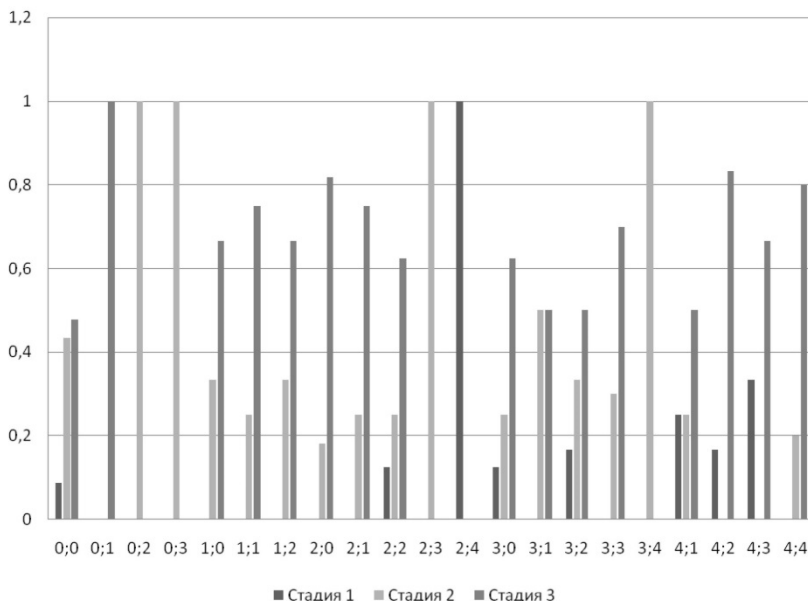
Расчеты проводились с помощью вычислительной системы STIR с реализацией вычислительного алгоритма построения дисперсионных комплексов и прогностических вероятностных таблиц.

Для оценки аллергических пылевых триггеров по симптомам использовалась шкала порядка. В качестве шкалы измерений аллергенов используется балльная шкала порядка, отвечающая уровню аллергена в организме, а симптомы – в виде тяжести реакции организма на аллерген.

Методика расчёта распределения по симптомам заключается в следующем:

- 1) проведение опроса среди пациентов;
- 2) снятие реакции их организма на определённые аллергены;
- 3) формирование таблиц распределений;
- 4) интерпретация результатов.

Ниже представлен пример распределения степени тяжести симптома «заложенность носа» при известных пылевых аллергических триггерах.



Распределение степени тяжести симптома «заложенность носа» при известных данных комбинации уровней аллергических триггеров «пыльца березы + пыльца ольхи»

Литература

1. *Гуцин И.С., Курбачева О.М.* Аллергия и аллергенспецифическая иммунотерапия. М.: Фармарус Принт Медиа, 2010.
2. *Wenzel S.E.* Asthma phenotypes: the evolution from clinical to molecular approaches // *Nat. Med.* 2012. Vol. 18, no. 2. P. 716–725.
3. *Плохинский Н.А.* Биометрия. М.: Изд. МГУ, 1970. 367 с.

А.В. Еремеев¹, Ю.В. Коваленко²

¹Институт научной информации по общественным наукам РАН, г. Москва, Россия

²Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, г. Омск, Россия

О ПЕРЕНОСЕ МОДЕЛЕЙ МЕМЕТИКИ В ЭВРИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ*

Меметика представляет собой подход к построению эволюционных моделей передачи культурной информации с использованием концепции мемов. Здесь под мемом понимается базовая единица информации, значимая в контексте рассматриваемой области культуры (идея, символ, манера или образ действия, осознанно или неосознанно передаваемые от человека к человеку посредством речи, письма, видео, ритуалов, жестов и т. д.) [3]. Подобно тому, как в биологической эволюции, согласно теории Ч. Дарвина, имеет место изменчивость и выживание сильнейшего, в культурной эволюции мемы рассматриваются как информация, воспроизводящаяся вариационно и селективно [3]. Однако П. Москато [4] обозначил как минимум два отличия между биологической эволюцией и культурной эволюцией: 1) индивиды не могут выбирать для себя гены, однако мемы могут приобретаться намеренно; 2) индивиды могут модифицировать и улучшать свои мемы, чего они не могут делать со своими генами.

В настоящем докладе пойдет речь о вычислениях, основанных на моделях меметики, в контексте решения задач оптимизации. Важную роль в таких вычислениях играет способ представления мемоти́па (аналог генотипа в биологической эволюции).

*Данная работа выполнена при поддержке РФФ, проект № 17-18-01536.

Мемотипы могут соответствовать решениям задачи (социотипам), тогда мемы представляются в символьном виде, с помощью графов (в том числе сетей и деревьев) или логических схем. Также мемы могут представлять модули решения задач или подзадач, действия которых координируются и адаптируются в процессе вычислений (например, «конструктивные» эвристики, алгоритмы локальной оптимизации, операторы скрещивания, мутации и селекции; нейронные сети, генетические алгоритмы, эволюционные стратегии, алгоритмы роя частиц, алгоритмы муравьиной колонии и другие метаэвристики).

Согласно [2], эволюция мемов реализуется следующим образом. Рассмотрим популяцию агентов $A(t) = \{a_1, \dots, a_p\}$ и общую совокупность мемов $M(t) = \{m_1, \dots, m_p\}$ поколения t . Каждый мем m_i в поколении t характеризуется показателем успешности (аналог приспособленности в биологической эволюции), который зависит от того какие агенты и как часто реализовывали экспрессию этого мема в предшествующих поколениях. Показатели успешности мемов могут быть представлены в абсолютной, относительной, порядковой и других шкалах. На текущем поколении агенты выбирают мемы для экспрессии в соответствии с показателями успешности (элитарные стратегии, пропорциональная селекция и другие). Распространение мемов происходит посредством того, что агенты выполняют экспрессию мемов (переход от мемотипа к социотипу), после чего эти мемы передаются другим агентам, которые их ассимилируют и сохраняют. Изменчивость мемов происходит на различных этапах распространения (например, мутация и скрещивание мемов при передаче).

В настоящее время известно множество алгоритмов из класса меметических вычислений (memetic computing) для задач дискретной, непрерывной и многокритериальной оптимизации, в том числе при наличии неопределенности. Для координации мемов активно используются адаптивные гиперэвристики, самоадаптирующиеся и коэволюционные алгоритмы, механизмы обучения (см., например, [2; 5]).

Авторами предлагается меметический алгоритм (memetic algorithm) для классической задачи коммивояжера. Начальная популяция строится с помощью жадных конструктивных эвристик.

В операторе скрещивания решается задача оптимальной рекомбинации [1]. Используется два оператора мутации, которые выполняют случайный спуск в 3-опт или 4-опт окрестности. Все особи начальной и финальной популяции улучшаются посредством оригинальной эвристики локального поиска. Баланс между интенсивностью использования локальной оптимизации и интенсивностью использования популяционного поиска регулируется с помощью адаптивного перезапуска, основанного на методе переписи Шнабеля. Результаты вычислительного эксперимента свидетельствуют о перспективности предложенного меметического алгоритма. Рассматриваются вопросы обобщения подхода на задачи на перестановках, где в целевой функции важную роль играет свойство смежности элементов (например, различные варианты задачи маршрутизации).

Литература

1. *Еремеев А.В.* О сложности оптимальной рекомбинации для задачи коммивояжера // Дискретн. анализ и исслед. опер. 2011. Т. 18, № 1. С. 27–40.
2. *Chen X., Ong Y-S., Lim M-H., Chen Tan K.* A multi-facet survey on memetic computation // IEEE Transactions on evolutionary computation. 2011. Vol. 15, N. 5. P. 591–607.
3. *Dawkins R.* The Selfish Gene. – Oxford: Oxford University Press, 1976.
4. *Moscato P.* On evolution, search, optimization, genetic algorithms and martial arts: Towards memetic algorithms // Technical Report C3P 826, California Institute of Technology, Pasadena, CA, 1989.
5. *Neri F., Cotta C.* Memetic algorithms and memetic computing optimization: A literature review // Swarm and Evolutionary Computation. 2012. Vol. 2. P. 1–14.

Л.А. Володченкова, А.К. Гуц

*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВТОРИЧНОЙ СУКЦЕССИИ ЕЛОВОГО ЛЕСА

Вторичная сукцессия – это последовательная смена фитоценозов, которая осуществляется на участке, где ранее существовавший растительный покров был уничтожен. В качестве примера вторичной сукцессии обычно приводят ельник, уничтоженный пожаром. На занимаемой им ранее территории сохранилась почва и семена. Травяное сообщество образуется уже на следующий год. В случае влажного климата доминирует ситник, затем он сменяется малиной, а она – осинкой; сухом климате преобладает вейник, он сменяется шиповником, шиповник берёзой. Под покровом осинового или берёзового леса развиваются растения ели, со временем вытесняющие лиственные породы. Восстановление темнохвойного леса происходит примерно за 100 лет.

Мы продемонстрируем, каким образом можно математически описать динамику вторичной сукцессии, воспользовавшись работой [1].

Обозначим через $X_0, X_1 - X_4$ фитомассу соответственно семян (и сажи), трав, кустарника, елей, осины/березы. Выделим два управляющих фактора: фактор u_1 – это отрицательное влияние плотного полога ельника на травы, фактор u_2 – создание условий в лиственном лесу для роста ельника. Взаимодействие между этими переменными представим в виде диаграммы (рис. 1), которой соответствует следующая система дифференциальных уравнений [1]:

$$\begin{aligned} \frac{dX_1}{dt} &= \alpha_0 X_0 X_3^{g_{13}} - \beta_1 X_1^{h_{11}}, & \frac{dX_2}{dt} &= \alpha_2 X_1^{g_{21}} - \beta_2 X_2^{h_{22}}, \\ \frac{dX_3}{dt} &= \alpha_{3_0} X_2^{g_{32}} - \beta_3 X_3^{h_{33}} X_4^{h_{34}}, & \frac{dX_4}{dt} &= \alpha_{4_0} X_1^{g_{41}} - \beta_4 X_4^{h_{44}}. \end{aligned}$$

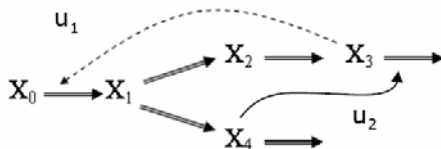


Рис. 1. Общий разветвленный путь с четырьмя зависимыми переменными, одним постоянным источником X_0 и двумя управляющими факторами u_1, u_2

При этом полагаем, что $\alpha_1 = \alpha_0 X_0$ и
 $\alpha_1 = 12, g_{13} = -0,8, \beta_1 = 10, h_{11} = 0,5$
 $\alpha_2 = 8, g_{21} = 0,5, \beta_2 = 3, h_{22} = 0,75$
 $\alpha_3 = 3, g_{32} = 0,75, \beta_3 = 5, h_{33} = 0,5, h_{34} = 0,2$
 $\alpha_4 = 2, g_{41} = 0,5, \beta_4 = 6, h_{44} = 0,8$

Интегральные кривые приведенной системы дифференциальных уравнений при $X_0 = 0,6$ и начальных данных $X_1 = 1,4, X_2 = 2,7, X_3 = 1,2, X_4 = 0,4$ показаны на рис. 2.

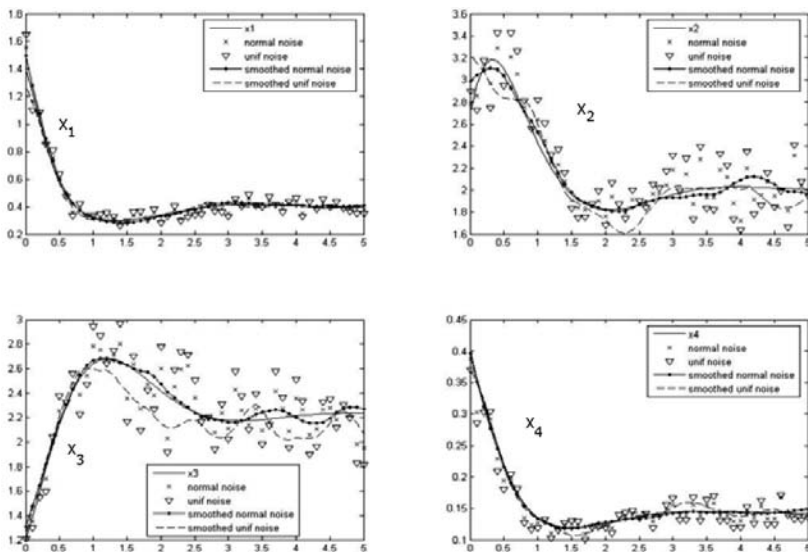


Рис. 2. Динамика переменных [1]

Мы видим, что со временем ель X_3 становится доминирующим видом, а осина/береза X_4 вытесняется. При этом трава X_1 и кустарники X_2 (две верхние картинки) исчезают, поскольку они оказываются прикрытыми плотным пологом елей.

Литература

1. *Morino S., Voit E.O.* An automated procedure for the extraction of metabolic network information from time data // *Journal of Bioinformatics and Computational Biology*. 2006. № 4 (3). P. 665–691.

**Секция
«Социокибернетика»**

UDC 511.1+165.17

***E. Nevarez, J.R. Caylor, J.L. Faith, I.I. Martinez Huerta,
O. Kosheleva, V. Kreinovich***

University of Texas at El Paso, El Paso, Texas, USA

**WHY WE MOSTLY USE 2-, 3- AND 5-BASED NUMBER
SYSTEMS?**

What number systems do we use? Officially, we only use the decimal system, with base $10 = 2 * 5$, but in practice, when we count, we also use dozens $12 = 2 * 2 * 3$, half-dozens $6 = 2 * 3$, etc.

Languages show us that in the past, some of used other bases. For example, in French and in Spanish, 20 is described by a different word than all other multiples of 10, which shows that in the past, people used $20 = 2 * 2 * 5$ as the base, In Russian, 40 is described by a different word “sorok” – there is even an expression “sorok sorokov” (40 of 40s) for $40 * 40$, which shows that the number $40 = 2 * 2 * 2 * 5$ was indeed used as a number base.

Historical documents show other number bases: Mayan used base 20, Babylonians used base $60 = 2 * 2 * 3 * 5$, etc.; see, e.g., [1, 2] and references therein.

In all these cases, we use numbers formed by multiplying the first three prime numbers: 2, 3, and 5. Why?

Why not 7? We use 7 often: e.g., we combine days into 7-day weeks, but there does not seem to be a widely spread tradition of using base-7 numbers for computing. There is even less evidence of using 11, 13, and larger prime numbers. How can we explain this?

© Nevarez E., Caylor J.R., Faith J.L., Martinez Huerta I.I.,
Kosheleva O., Kreinovich V., 2020

One possible explanation comes from the need to consider areas and volumes. When we measure areas – e.g., when buying and selling land – then for each base b , in addition to the original unit, we have a b^2 times larger unit. For example, in the US system, 1 yard is equal to 3 feet. If we want to measure distance and the foot is too small a unit, we can use yards. Similarly, if we measure area and the square foot is too small a unit, we can use square yards, and a square yard is equal to 3^2 square feet.

Similarly, when we measure volumes – e.g., when buying or selling wine or olive oil – then with each original unit of volume, we get a new unit which is b^3 times larger. For example, a cubic yard is equal to 3^3 cubic feet.

Sometimes, we buy area-related things and sell volume-related things in return. For example, a farmer may want to sell his olive oil crop and use this money to buy some extra land. In such exchanges, it would be convenient to make sure that the cube of the corresponding base is either equal to the exact square of some number or, if this is not possible, at least be close to some square, so that the negotiations can succeed with one side paying a small difference of 1 or 2 units.

In precise terms, we look for numbers b for which b^3 is close to some value v^2 , i.e., for which the absolute value $|b^3 - v^2|$ of the corresponding difference does not exceed 2.

The cases when this difference is 0, i.e., when $b^3 = v^2$, are easy to describe: these are the cases when for some integer t , we have $b = t^2$ and $v = t^3$. For example, we can take $t = 2$, then $b = 4$ and $v = 8$. We can take $t = 3$, then $b = 9$ and $v = 27$. In all these cases, we have numbers formed from 2, 3, and 5. To use another prime number – the smallest of which is 7 – we need $v = 7^3 = 343$, too large a number to serve as a base for a number system.

To find all the cases when the difference is plus minus 1 or plus minus 2, we used a simple program to check all the pairs (b, v) . To be on the safe side, we tested all the pairs for which both b and v do not exceed 10 000. Interestingly, among such pairs, only for two pairs the absolute value of the difference does not exceed 2: namely, we have $3^2 - 2^3 = 9 - 8 = 1$ and $3^3 - 5^2 = 27 - 25 = 2$.

Thus, from this viewpoint, reasonable bases are 2, 3, and 5 – which explains why such bases are mostly used. This also explains

why, in spite of the prevalence of the decimal system that only uses 2 and 5, we also continue to count in dozens and half-dozens (that use 3): the closest values to 2^3 and 5^2 are powers of 3.

References

1. *Merzbach U.C., Boyer C.B.* A history of mathematics. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2011.
2. *Kosheleva O., Villaverde K.* How interval and fuzzy techniques can improve teaching. Cham, Switzerland: Springer, 2018.

O. Kosheleva, V. Kreinovich

University of Texas at El Paso, El Paso, Texas, USA

WHY SEMANTIC SPACE IS 300-DIMENSIONAL: A POSSIBLE EXPLANATION

Semantic spaces (see, e.g., [2] and references therein) is a way to analyze the meaning of words from natural language. In this approach, we start with a large amount of texts in a given language – e.g., all the corresponding Wikipedia articles. For each pair of words x and y , we can gauge how close these two words are by comparing the number of times $N(x, y)$ that both words occur in the same document in comparison with the numbers $N(x)$ and $N(y)$ of numbers of documents that contain, correspondingly, x and y . Based on 100 000 words, we get a 100 000 x 100 000 dimensional matrix. We then use known methods of dimension reduction to come up with a lower-dimensional matrix that captures all this information. In most cases, for different language, the resulting lower-dimensional semantic space is 300-dimensional. The question is: why?

Probably, one can explain this fact by some biological reasons, but this would leave us with another question: why is the human brain designed this way, that it uses a 300-dimensional space of meanings? From this viewpoint, the ultimate answer to our question has to come from the real physical world – what are the properties of the physical world that make the 300-dimensional space of meanings reasonable?

To answer this question, let us recall the main facts from physics; see, e.g., [1, 3]. According to modern physics, the world consists of elementary particles, and there are about 10^{90} of these particles. In this sense, to get a full description of the world, we need to store information about all these particles.

How many different properties do we need for this task? The simplest case is when we consider only binary properties, i.e., properties which can only be true or false. If we have one such property, we can describe 2 possible objects – one corresponding to true and one

corresponding to false. If we have two such properties, then each of the previous cases splits into two new cases: corresponding to the values true or false of the second property. As a result, overall, we have $2 * 2 = 2^2 = 4$ objects. By using 3 properties, we can represent $2 * 2^2 = 2^3 = 8$ objects. In general, by using p properties, we can represent 2^p different objects.

How many properties do we need to represent all 10^{90} particles this way? By equating 2^p and 10^{90} , we conclude that $2^p \sim 10^{90}$. We know that $2^{10} = 1024 \sim 10^3$. Thus, $10^{90} = (10^3)^{30} \sim (2^{10})^{30} = 2^{300}$. So, to describe the state of the world, we need $p = 300$ dimensions – exactly what is observed in semantic spaces.

Thus, physics indeed explains the 300-dimensional character of the semantic space.

References

1. *Feynman R., Leighton R., Sands M.* The Feynman lectures on physics. – Boston, Massachusetts, USA: Addison Wesley, 2005.
2. *Mikolov T., Sutskever I., Chen K., Corrado G., Dean J.* Distributed representation of words and phrases and their compositionality. arXiv: 1310.4546, 2013.
3. *Thorne K.S., Blandford R.D.* Modern classical physics: optics, fluids, plasma, elasticity, relativity, and statistical physics. Princeton, New Jersey, 2017: Princeton University Press, 2017.

Р.И. Чупин¹, К.К. Логинов², А.С. Цатурян³

*¹Институт экономики и организации промышленного производства
СО РАН, г. Новосибирск, Россия*

²Омский научный центр СО РАН, г. Омск, Россия

*³Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия*

СЦЕНАРНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СОЦИАЛЬНОГО РАЗВИТИЯ РЕГИОНА С ПРИМЕНЕНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ БАЙЕСОВСКОГО-СТАТИСТИЧЕСКОГО ПОДХОДА*

Введение

При всём многообразии подходов к определению и оценке экономической безопасности [1; 2, с. 17], институционализации подвергается лишь ограниченный перечень методик, которые имеют универсальный характер и практически игнорируют блок социально-демографических факторов, тогда как прогнозирование угроз национальной безопасности должно опираться на социальные науки [3, с. 19]. Очевидно, что вероятность возникновения определенных угроз различается по регионам России. Статистический анализ позволяет точно прогнозировать их среднее значение, однако степень их выраженности различается. Индивидуализированный подход, какого требует актуализация проблем для каждого региона, требует вовлечения экспертной информации для анализа степени выраженности (вероятности) возникновения той или иной угрозы (события) на определенной территории. Каждая проблема представляет собой совокупность возможных событий или исходов, которыми может разрешиться данная проблема. Проанализировать множество состояний объекта при различных вариантах развития событий позволяет сценарное прогнозирование.

* Работа выполнена по государственному заданию ОНЦ СО РАН в соответствии с Программой ФНИ ГАН на 2013–2020 годы (№ гос. рег. АААА-А17-117041210229-2).

Для оценки вероятности возникновения тех или иных угроз и общей траектории развития, предлагается применить алгоритм сценарного прогнозирования, который базируется на анализе экспертных оценок с использованием байесовского подхода. Этот метод лишен недостатка определения вероятности траектории развития региона «в целом» и нарушения однородности в понимании характеристик сценариев разными экспертами, так как необходимо только сформировать перечень сценариев, проблем и элементарных событий, которыми может разрешиться каждая проблема. Таким образом, в этой методике эксперты служат источниками информации, состоящей в коллективных или индивидуальных оценках априорных и апостериорных шансов событий, являющихся исходом определенной проблемы, а события предписываются сценариям исходя из экспертных оценок.

Конструкция прогнозной модели

Конструкция прогнозной модели включает в себя следующие компоненты: *базовые сценарии*, вероятности реализации которых определяются в процессе численного моделирования; *проблемы*; *события*, которые задают способы разрешения проблем.

Данные, необходимые для расчета вероятностей реализации сценариев, включают следующие компоненты: *агрегированные оценки априорных шансов событий*: на основе безусловных вероятностей событий, оцененных экспертами (анкета 1); *агрегированные оценки апостериорных шансов событий* (предположении, что определенный сценарий непременно реализуется): на основе условных вероятностей событий, оцененных экспертами (анкета 2).

К проблемам можно отнести основные демографические угрозы России: неэффективная пронаталистская политика; низкая продолжительность жизни; нерегулируемые миграционные процессы; деградация института семьи. Для реализации данной методики, во-первых, необходимо раскрыть содержание каждой выделенной проблемы через совокупность возможных событий, которыми может разрешиться каждая проблема.

Далее необходимо сформировать перечень сценариев, вероятность реализации которых будет определяться исходя из оцененных вероятностей событий и предписанных сценариям наибо-

лее вероятных событий. Были выделены сценарии «Общество всеобщего риска» [4]; «Абортивная модернизация» [5]; «Рецидивирующая модернизация» [6].

Далее, когда модель задана (описаны сценарии, проблемы и события) и собраны необходимые данные, необходимо установить вероятностную взаимосвязь между событиями и сценариями.

Обозначения

Пусть r – количество базовых сценариев, $r \in Z_+$;

S_k – сценарий под номером k , $k = 1, \dots, r$;

p_{S_k} – вероятность реализации сценария S_k на некотором промежутке времени $[0, T]$, $T > 0$, $p_{S_k} \geq 0$, $\sum_{k=1}^r p_{S_k} = 1$;

m – количество проблемных ситуаций (проблем), $m \in Z_+$;

G_i – проблема под номером i , $i = 1, \dots, m$;

l_i – количество событий, которыми может разрешиться проблема G_i , $l_i \in Z_+$, $i = 1, \dots, m$;

E_{ij_i} – событие под номером j_i , которым разрешилась проблема G_i , $j_i = 1, \dots, l_i$;

$q_{ij_i} = P(G_i = E_{ij_i})$ – вероятность того, что проблема G_i разрешится событием E_{ij_i} , $q_{ij_i} > 0$, $\sum_{j_i=1}^{l_i} q_{ij_i} = 1$ для всех $i = 1, \dots, m$;

$q_{ij_i}^{(S_k)} = P(G_i = E_{ij_i} | S_k)$ – вероятность разрешения проблемы G_i событием E_{ij_i} при условии реализации сценария S_k , $q_{ij_i}^{(S_k)} > 0$, $\sum_{j_i=1}^{l_i} q_{ij_i}^{(S_k)} = 1$ для всех $i = 1, \dots, m$ и $k = 1, \dots, r$.

Исходные данные и предположения

Полагаются заданными: перечни базовых сценариев S_1, \dots, S_r ; проблемных ситуаций G_1, \dots, G_m ; события, которыми может разрешиться каждая из проблем, E_{i1}, \dots, E_{il_i} ; априорное и апостериорное (условное) распределение вероятностей $\{q_{ij_i}\}$, $\{q_{ij_i}^{(S_k)}\}$ для каждой проблемы G_i и сценария S_k для всех $i = 1, \dots, m$ и $k = 1, \dots, r$.

Помимо этого считается, что на интересующем нас промежутке $[0, T]$ произойдет одно и только одно из событий E_{ij_i} для каждой проблемы G_i , а также, что события E_{ij_i} , разрешающие

различные проблемы G_i , являются независимыми между собой, то есть:

$$\begin{aligned} & P(G_1 = E_{1j_1}, \dots, G_m = E_{mj_m}) = \\ & = P(G_1 = E_{1j_1}) \cdot \dots \cdot P(G_m = E_{mj_m}) = \\ & = \prod_{i=1}^m q_{ij_i} \text{ для всех } j_i = 1, \dots, l_i. \end{aligned} \quad (1)$$

Методология

По формуле полной вероятности и с учетом (1) вероятности реализации сценариев S_k рассчитываются по следующей формуле:

$$p_{S_k} = \sum_{\substack{1 \leq j_1 \leq l_1 \\ \dots \\ 1 \leq j_m \leq l_m}} P(S_k | G_1 = E_{1j_1}, \dots, G_m = E_{mj_m}) q_{1j_1} \cdot \dots \cdot q_{mj_m} \quad \text{для всех } k = 1, \dots, r. \quad (2)$$

Далее предполагается, что события $E_{1j_1}, \dots, E_{mj_m}$ происходят не одновременно, а последовательно друг за другом. Тогда вероятности $P(S_k | G_1 = E_{1j_1}, \dots, G_m = E_{mj_m})$ можно найти в несколько этапов, последовательно вычисляя $P(S_k | G_1 = E_{1j_1})$, $P(S_k | G_1 = E_{1j_1}, G_2 = E_{2j_2})$, \dots , $P(S_k | G_1 = E_{1j_1}, \dots, G_m = E_{mj_m})$ по следующему алгоритму (7, дискретный аналог):

$$\begin{aligned} P(S_k | G_1 = E_{1j_1}) &= \frac{q_{1j_1}^{(S_k)} p_{S_k}^{(0)}}{\sum_{d=1}^r q_{1j_1}^{(S_d)} p_{S_d}^{(0)}} \text{ для всех } k = 1, \dots, r. \quad (3) \\ &= \frac{q_{hj_h}^{(S_k)} P(S_k | G_1 = E_{1j_1}, \dots, G_{h-1} = E_{(h-1)j_{h-1}})}{\sum_{d=1}^r q_{hj_h}^{(S_d)} P(S_d | G_1 = E_{1j_1}, \dots, G_{h-1} = E_{(h-1)j_{h-1}})} \\ & \text{ для всех } k = 1, \dots, r \text{ и } h = 2, \dots, m. \quad (4) \end{aligned}$$

В формуле (3) величины $\{p_{S_k}^{(0)}\}_{k=1}^r$ определяют начальное (априорное) распределение вероятностей реализации сценариев S_k без учета произошедших событий $E_{1j_1}, \dots, E_{mj_m}$, и задаются экспертно (например, изначально все сценарии равновероятны, т. е. $p_{S_k}^{(0)} = 1/r$). Стоит отметить, что при фиксированных j_1, \dots, j_m вероятности $P(S_k | G_1 = E_{1j_1}, \dots, G_m = E_{mj_m})$ не зависят от порядка следования проблем G_i . Из этого следует, что в работах Ю. Благовещенского, М. Кречетовой и Г. Сатарова [8; 9] при

описании алгоритма первый шаг, состоящий в случайной перестановке номеров проблем i , $i = 1, \dots, m$, не нужен.

Таким образом, выражений (2) – (4) достаточно для вычисления вероятностей реализации сценариев \mathcal{P}_{S_k} , в отличие от алгоритма, представленного в работах [8;9], так как имеется детерминированная задача. Достаточно сделать полный перебор по всем $j_1 = 1, \dots, l_1; \dots; j_m = 1, \dots, l_m$; вычислить все условные вероятности $P(S_k | G_1 = E_{1j_1}, \dots, G_m = E_{mj_m})$ в соответствии с алгоритмом (3), (4); просуммировать слагаемые по формуле (2) и получить искомые вероятности \mathcal{P}_{S_k} .

Результаты: апробация методики на материалах Омской области

Для апробации методики сотрудниками кафедры социологии ОмГУ им. Ф.М. Достоевского при поддержке и участии ОНЦ СО РАН был организован и проведен в мае 2019 года экспертный опрос. Критерием для попадания в экспертную базу являлось наличие теоретического или практического опыта в области демографической политики. Для определения компетентности использовалась одна из формул оценки эксперта – совокупный индекс, рассчитанный на основании внешней оценки эксперта его знаний, опыта и способностей по ранговой шкале¹.

Оценки вероятностей реализации описанных базовых сценариев имеют шансы, существенно отличающиеся от нуля; также отсутствуют явно доминирующие сценарии. Тем не менее, движение по направлению «Общество всеобщего риска» (35 %) выглядит наиболее вероятным. Чуть меньше приходится на «Рецидивирующую модернизацию» (33,2 %) и «Абортивную модернизацию» (31 %), который оказался самым маловероятным.

¹ В экспертную выборку вошли: Зам. Председателя ОНЦ СО РАН по науке, д.э.н., доцент; Ведущий научный сотрудник ИЭОП СО РАН, д.э.н.; Начальник Управление мониторинга социально-экономического развития Министерства экономики Омской области; Начальник департамента социального обслуживания Министерства труда и социальной защиты Омской области; Руководитель Центра по профилактике и борьбе со СПИД и инфекционными заболеваниями, к.м.н.; Зам. главного врача городского клинического перинатального центра; Член комиссии по вопросам социального развития, здравоохранения и демографии Общественной палаты Омской области.

Движение по направлению «общества всеобщего риска» не предполагает интенсивного развития социальной сферы и экономики. «Рецидивирующая модернизация», которая предполагает раскрытие внутреннего потенциала территорий, менее вероятна. Согласно доминирующему сценарию, движущей силой социального развития региона является внутренняя инерция. Также, согласно данному сценарию, в регионе следует ожидать усугубление дифференциации населения по социальному благополучию и по доходам. Данная ситуация неравномерного распределения доходов приводит к ситуации, когда население обладает одинаковыми правами, но разными возможностями для их реализации.

Таким образом, общество риска не предполагает полномасштабного перехода к новой модели развития, отсюда наиболее вероятные события, которыми разрешается каждая демографическая проблема, характеризуются незначительными изменениями во всех процессах, протекающих в демографической сфере. Неизменность некоторых демографических процессов может представлять угрозу обеспечению региональной экономической безопасности.

Литература

1. Экономическая безопасность региона: единство теории, методологии исследования и практики / А. И. Татаркин, А. А. Куклин, О. А. Романова, В. Н. Чуканов, В. И. Яковлев, А. А. Косицын. Екатеринбург: Изд. Урал. ун-та, 1997. 240 с.
2. *Латов Ю.В.* Российская теневая экономика в контексте национальной экономической безопасности // *Тerra Economicus*. 2007. № 1. С. 16–27.
3. *Косохин А.А.* Методологические вопросы оценки угроз национальной безопасности // *Социологические исследования*. 2017. № 11. С. 19–29.
4. *Яницкий О.Н.* Социология риска: ключевые идеи // *Мир России*. 2003. Т. XII. № 1. С. 3–35.
5. *Гудков Л.* Абортивная модернизация. М.: РОССПЭН, 2011.
6. *Наумова Н.Ф.* Рецидивирующая модернизация в России как форма развития цивилизации // *Социологический журнал*. 1996. № 3–4. С. 5–28.
7. *Де Гроот М.* Оптимальные статистические решения. М.: Мир, 2014.

8. *Благовещенский Ю.Н., Кречетова М.Ю., Сатаров Г.А.* Сценарное прогнозирование политической ситуации в России. М.: Фонд «Либеральная миссия», 2012.
9. *Благовещенский Ю.Н., Кречетова М.Ю., Сатаров Г.А.* Экспертно-статистический байесовский подход к сценарному политическому прогнозированию // Полис. Политические исследования. 2012. № 4, С. 74–98.

В.А. Филимонов

*Омский филиал Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН,
г. Омск, Россия*

ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ-2030: ВЗГЛЯД ИЗ-ПОД ЗОНТА-2019

Большая стратегия. Дискуссия на VII Международной конференции «Знания – Онтологии – Теории» 7–11 октября 2019 г. (ЗОНТ-2019) о стратегии исследований по искусственному интеллекту закончилась практически одновременно с подписанием документа [1], о чём, к сожалению, участники не знали. Настоящий текст можно считать продолжением этой дискуссии.

Указом с названием «*О развитии искусственного интеллекта в Российской Федерации*» была утверждена «*Национальная стратегия развития искусственного интеллекта на период до 2030 года*». Просмотр 23-х страниц «Стратегии» привёл автора к выводу, что данный документ предусматривает стандартные действия нашего государства в ситуации «из аутсайдеров в лидеры»: дополнительное финансирование выдающихся организаций, исследователей и инфраструктуры, привлечение зарубежных ресурсов. Правда, всё это ограничено принципом «*разумной бережливости*» (19, «е»). Естественно, предусматривается «*повышение эффективности оценки научных работников (исследователей), в том числе посредством применения новых критериев результативности их деятельности (помимо научных публикаций)*» (31, «ж»).

Некоторые формулировки из [1], которые автор выделил курсивом, несомненно, потребуют детализации. Так, отмечается требование к поиску вычислительной системой *непредвзятого* решения (п. 8), универсальный (сильный) искусственный интеллект должен *мыслить* (п. 9), а приоритетным будет являться «*конвергентное знание, обеспечиваемое в том числе за счет ин-*

теграции математического, естественно-научного и социально-гуманитарного образования» (45, «а»).

Никаких новых и оригинальных управленческих решений не предлагается. Соответственно, результаты реализации стратегии предположительно можно будет охарактеризовать афоризмом В.С. Черномырдина: *«Никогда такого не было, и вот опять!»*

В качестве аргумента можно привести данные из отчёта Правительства РФ о выполнении Указа Президента РФ от 7 мая 2012 года № 599 *«О мерах по реализации государственной политики в области образования и науки»* [2]. В этом Указе была поставлена задача увеличения доли публикаций российских авторов в общем количестве публикаций в мировых научных журналах, индексируемых в Web of Science, в 2015 г. до 2,44 %. Российские учёные, однако, с задачей не справились и недобрали 0,13 %, несмотря на усилия Правительства и активизацию рынка по продвижению публикаций в указанную базу.

Таким образом, исследователю в провинции целесообразно искать собственные ресурсы и тактические решения.

Тактика исследователя. Для автора ключ к построению тактики парадоксальным образом сформировался из учебника по суперстратегии – «Дао Дэ Цзин». Тактика ориентирована на стратегию смены вектора развития (стратегия «Отрыв»), основана на анализе этого развития, а также на анализе доступных ресурсов [3; 4].

Объём публикации не позволяет представить описание в развёрнутом виде, поэтому мы здесь ограничимся только кратким перечнем компонентов пилотной реализации тактики провинциального исследователя.

1. Основной инфраструктурой реализации является интернет.

2. Все компоненты должны быть масштабируемыми (в смысле Н. Талеба).

3. В информации о проекте для СМИ, отчётах и т.п. должно быть подчёркнуто отсутствие глобальных претензий авторов и проектировщиков, и отмечено скромное место проекта среди остальных.

4. Все значимые идеи проекта должны быть оперативно опубликованы на открытых ресурсах типа ResearchGate для последующей защиты приоритета.

Литература

1. Указ Президента РФ «О развитии искусственного интеллекта в РФ» № 490 от 10.10.2019.
2. Отчёт «О ходе выполнения Указа Президента РФ от 07.05.2012 № 599 «О мерах по реализации государственной политики в области образования и науки» URL: <http://government.ru/orders/selection/406/27533/>
3. *Филимонов В.А.* Когнитивная инфраструктура обучения людей и роботов (текст пленарного доклада) // Робототехника и искусственный интеллект – 2014: материалы VI междунауч.-практ. конф. Красноярск: Центр информации, 2014. С. 205–209.
4. *Филимонов В.А.* Организация коллективной экспертизы в когнитивной инфраструктуре // Системы управления, информационные технологии и математическое моделирование // Матер. I Всеросс. науч.-практ. конф. с междунауч. участием (Омск, 21–22 мая 2019 г.). Омск: Изд-во ОмГТУ, 2019. С. 27–31.

Т.М. Опарина

*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия*

ПРОЕКТИРОВАНИЕ ГРАФОВОЙ БАЗЫ ДАННЫХ ДЛЯ СОЦИОЛОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СОЦИАЛЬНЫХ СЕТЕЙ

Среди многочисленных факторов, влияющих на общественное мнение, социологи выделяют следующие:

- личностные факторы (возраст, род занятий);
- социальные факторы (происхождение людей, позиция в обществе, уровень социальной обеспеченности и защищенности);
- культурные факторы (национальность, религиозные убеждения, спортивные, музыкальные, игровые интересы);
- психологические факторы (уровень и качество образования, семейное положение);
- факторы научно-технического порядка отражают уровень научно-технического прогресса.

Анализ сетей показывает, что практически в каждой из них хранятся следующие данные о пользователях: имя(name), фамилия(surname), дата рождения (date_of_birth), место рождения (place_of_birth), место проживания (place_of_residence), семейное положение (marital_status), место учебы (place_of_study), образование (school), увлечения (hobbies), заметка (note), комментарий к заметке (comment), группы (groups), заметка в группе (note_group), комментарий к заметке в группе (comment).

Большое количество хранимой информации в социальных сетях сложно структурировать, используя реляционную модель баз данных, тогда как в графовой базе данных отсутствует строгий формат хранимых данных. В такой базе данных вместо этого используется гибкое иерархическое представление, которое иде-

ально решает проблемы масштабируемости. «Графовые структуры используются вместе с рёбрами, узлами и свойствами, что обеспечивает безиндексную смежность. При использовании графового хранилища данные могут быть легко преобразованы из одной модели в другую» [1].

Определим требования к структуре базы данных:

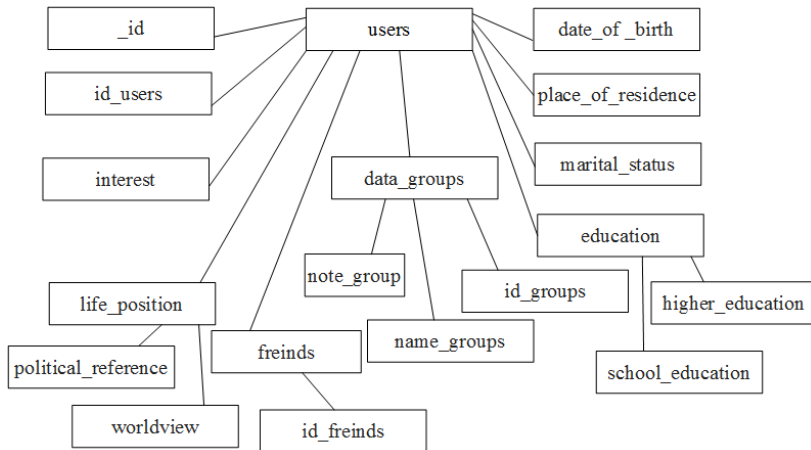
- Пользователь может создать или вступить в одну или несколько групп;
- Пользователь может создавать в любом количестве заметки как отдельно, так и в группе;
- Пользователь может комментировать заметки;
- Пользователь может выбрать любое название для заметки или группы.

Также будем учитывать:

- какие будут запросы к данным, что будет выбираться как есть, а что нужно будет дополнительно агрегировать;
- какие данные будут иметь постоянный объем или расти медленно, а какие – быстро и постоянно;
- какие запросы будут плановые, а какие придётся выполнять внепланово;
- какой нужен уровень доступности, какова ценность хранящихся данных.

Смоделировать структуру, содержащую данные о пользователях социальной сети и их заметках можно на основе классификации объектов социальной сети. Классификация объектов социальной сети имеет разветвленную иерархическую структуру, а отдельные объекты, в свою очередь, имеют собственную иерархию, такие как, например, дружеские отношения, группы, образование, жизненная позиция (см. рис.).

В данном случае данные о пользователе объединяются с его увлечениями и группами, на которые пользователь подписан в один логический объект (коллекцию), при этом документ хранит в самом себе ссылку на увлечения, заметки и комментарии.



Графовая модель базы данных в виде одной коллекции

Литература

1. Girish Kumar Exploring the different types of NoSQL databases part II. URL: <https://www.3pillarglobal.com/insights/exploring-the-different-types-of-nosql-databases> (дата обращения: 19.10.2019).

Д. Ф. Дейнеко

*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия*

СТРУКТУРА ОБЩЕСТВЕННЫХ ПРОСТРАНСТВ ГОРОДА ОМСКА В ВООБРАЖАЕМОЙ ИДЕНТИЧНОСТИ ГОРОЖАН

В эпоху модерна функции общественных мест выполняли огромные парки, монументальные площади, бульвары, залитые плиткой набережные. Сейчас же наблюдается возникновение новых общественных мест, точнее, принципиально новых мест и заведений, которые начинают играть роль общественных пространств [1].

С появлением средств передачи данных о местоположении на мобильных устройствах и растущей популярностью социальных сетей, основанных на совместном использовании местоположения (Instagram, Foursquare, Twitter и др.), исследователи получили возможность анализировать огромное количество информации о перемещениях, действиях и социальной структуре больших совокупностей людей. В конечном итоге процесс дигитализации общественных пространств размывает дихотомию реального и виртуального. Виртуализация общества в целом позволила сократить невозможность и сложность в коммуникации крупных городов, а как следствие создать «воображаемые сообщества», которые могут влиять на город не сверху вниз как было ранее, но снизу. В следствии этого возникают общественные пространства, созданные собственно людьми, и где эти места становятся способом для самопрезентации и идентификации, формируя «пространственное я» [2]. С одной стороны, они выполняют функцию создания сообществ, с другой – консолидации, которая порождает изоляцию социальных групп [3].

Концепция городского воображаемого рассматривает взаимосвязи города и сообщений, информации о нем. Идея урбани-

стического (городского) в современности все меньше связывается только с физической составляющей города, и все больше – с социальной интеракцией внутри социальных медиа по принципам некоторой социальной гомогенности, а не физической близости.

Проблематика деградирующих, модернистских публичных пространств Омска на фоне общественного запроса на новые формы использования города диктует новые средства изучения оных. Смешанные методика геопространственного картографирования с использованием огромных массивов визуальной, географической, социально-демографической информации о пользователях социальных сетей позволяют выяснить не только факт отметки пользователя в некотором месте, но совокупность следов, которые нарочно или нет оставляют пользователи социальных сетей с использованием геолокации (*local-based social networks*). Это позволяет исследовать огромный, малоизученный в академической сфере пласт воображаемой идентичности в виртуальном пространстве в рамках изучения городских публичных пространств, новых спонтанных нарративов о городе, мотивов и форм их использования.

Литература

1. *Ольденбург Р.* Третье место: кафе, кофейни, книжные магазины, бары, салоны красоты и другие места «тусовок» как фундамент сообщества. М.: Новое литературное обозрение, 2014.
2. *De Souza e Silva A. and Frith J.* Re-narrating the city through the presentation of location. *The Mobile Story: Narrative Practices with Locative Technologies.* N.Y.: Routledge, 2013.
3. *Blum A.* The Imaginative Structure of the City // *Canadian Journal of Urban Research.* 2005. Vol. 14, no. 2.

В.А. Шпак

*Новосибирский государственный университет,
г. Новосибирск, Россия*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ И МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЗВИТИЯ ТУРИЗМА

Современные условия диктуют необходимость внедрения методов математического и компьютерного моделирования для усовершенствования и развития систем управления во многих сферах, в том числе и в туризме, тем более, что на туристические процессы влияют множество случайных параметров, обусловленных различными экономическими, политическими, географическими и другими аспектами [1].

Целью представленного исследования было выявление особенностей современного российского выездного туризма на основе сравнительного анализа статистических данных российского и мирового туризма.

На основании статистических данных официальных сайтов Федеральной службы государственной статистики РФ, Всемирного экономического форума, Федерального агентства по туризму РФ, Всемирной организации по туризму и с использованием методов компьютерного моделирования было определено место современного российского выездного туризма в мире; проведен анализ предпочтений и возможностей современных российских туристов в посещении стран мира; была предпринята попытка разработки модели определения перспективных направлений выездного российского туризма.

В результате исследования по итогам анализа официальных статистических данных за 5 лет (2014–2018 гг.) и данных самостоятельно проведенного анкетирования были получены следующие выводы.

1. Россия входит в ТОП-7 стран, обеспечивающих максимальный поток выездных туристов (3 % от мирового туристического потока).

2. Россия входит в ТОП-10 туристически активных стран мира, при этом коэффициент активности выездных туристов РФ (0,25) выше среднего значения по миру (0,18).

3. Популярные выездные направления общемирового туризма и российского туризма не совпадают.

4. Предпочтения российских туристов коррелируют с международным рейтингом стран, считающимися приоритетными направлениями для туризма (коэффициент корреляции между рядами числовых данных – 0,8).

5. Не наблюдается зависимости между предпочтениями российских туристов в туристических направлениях (по данным анкетирования) и фактическими странами выезда россиян (т. е. желание не совпадает с возможностями).

6. Наблюдается динамика появления зависимости между международным рейтингом стран по индексу конкурентоспособности сектора путешествий и туризма и фактическими выездами (незначительное увеличение коэффициента корреляции между соответствующими рядами числовых данных с 2014 г. по 2018 г. – с 0,08 до 0,32).

7. Результаты анкетирования (проведенного с использованием web-технологий) показали, что основными факторами для туристов РФ, влияющими на выбор страны путешествия, являются: размер затрат, риски терроризма в стране, возможность безвизового въезда, географическое положение страны, что также подтверждается проведенным анализом статистических данных.

8. Системный анализ статистических и эмпирических данных позволил разработать модель определения наиболее перспективных для развития российского выездного туризма стран (рис.).

Тем не менее, для некоторых процессов туристической деятельности типичным является то, что результат от воздействия какого-либо фактора, проявляется не сразу, а через какое-то

время, с определенным лагом. В этом случае в качестве перспективы данного исследования можно рассмотреть разработку базы знаний для создания интеллектуальной системы, способной на основе накопленных статистических данных генерировать новые знания для прогнозирования востребованности туристических направлений для выездного российского туризма.



Прогноз наиболее перспективных направлений для развития выездного российского туризма

Литература

1. Саламатина В.С. Моделирование процессов в туристической сфере // Вопросы регулирования экономики. 2015. Т. 6, № 2. С. 99–106.

**Секция
«Компьютерные науки
и информационная безопасность»**

UDC 004.27+51-71

R. Alvarez, O. Galindo, V. Krenovich

University of Texas at El Paso, El Paso, Texas, USA

**WHY QUANTUM ALGORITHMS ONLY USE REAL-VALUED
AMPLITUDES: A POSSIBLE EXPLANATION**

Quantum computing: a brief reminder. It is known that if we use quantum processes for computing, we often get much better results than with the best possible non-quantum algorithms; see, e.g., [1].

For example, in the non-quantum case, to find an element with given properties in an unsorted array of n elements, we need to look into every element – if we miss one of them, we may miss the desired element. This, in the non-quantum case, we need at least n computational steps to solve this problem. In contrast, in the quantum case, we can find this element in time proportional to the square root of n (*Grover's algorithm*). This possibility comes from the fact that in quantum physics, for every states s_1, \dots, s_n , we can also consider their *superposition*, i.e., a state $a_1|s_1\rangle + \dots + a_n|s_n\rangle$, where a_i are complex numbers (called *amplitudes*) for which the sum of squares of their absolute values is equal to 1. Because of this opportunity, in addition to asking the computer to check a single element of the array (as in the non-quantum case), we can also request a superposition of such requests. Such a request targets several elements of the array at the same time; this allows us to get the result faster than in the non-quantum case.

In general, in quantum computing, the analogue of a bit – which can be in two states 0 and 1 – is a quantum bit (qubit), a superposition of these two states: $a_0|0\rangle + a_1|1\rangle$.

There are other efficient quantum algorithms. The most well-known is probably *Shor's algorithm* for factoring large integers. At first glance, this may sound like an academic problem, but it is very practical: most cryptographic schemes used in communications and commerce are based on the fact that with non-quantum computers, this task is very difficult. As a result, an agent interested in receiving a secure message comes up with two large prime numbers p and q , and makes their product $n = p * q$ known as the *public code*. Anyone can use this code to encrypt their message and send it via open channel, but to decode it we need to know the factors p and q . If quantum computing becomes possible, we will be able to read all the encoded messages sent so far. This does not mean, of course, that there will be no more privacy or security: there is also a quantum encoding algorithm that – in contrast to the current algorithms – provides absolute security.

Interesting feature of current quantum algorithms. An interesting feature of current quantum algorithms is that while, in general, we can have arbitrary complex values of the amplitudes, all existing quantum algorithms use only real values. In this abstract, we provide a possible explanation for this phenomenon.

Our explanation. In non-quantum computing, to store the information about a single bit, we need exactly 1 bit of information. To store the information about the state of a real-valued quantum qubit $a_0|0\rangle + a_1|1\rangle$, we need to store a real number a_0 , plus the sign of a_1 (the absolute value of a_1 is uniquely determined from the condition that the sums of squares of absolute values is 1). In modern computers, storing a real number requires 64 bits, while storing a sign requires 1 extra bit – to the total of 65 bits.

If we want to use general complex-valued amplitudes, then we need to store three real numbers: the real and imaginary parts of a_0 and the phase of a_1 (similarly to the real-valued case, the absolute value of a_1 is uniquely determined by the absolute value of a_0 .) Thus, overall, we need $3 \times 64 = 192$ bits.

So, when we go from non-quantum computing to quantum computing with real-valued amplitudes, we go from 1 bit to 65 bits and thus,

increase our possibilities 65 times. On the other hand, when we go from quantum computing with real-valued amplitudes to general quantum computing, with complex-valued amplitudes, we only increase number of bits – and thus, our possibilities – by a factor of 3. To cover a 65 times increase, we need at least 4 such smaller increases (indeed, with 3 smaller increases, we would only gain a $3^3 = 27$ times increase). Overall, the transition from non-quantum computing to a general quantum computing can be described as 5 such factor-of-3 increases, of which 4 falls into the transition to real-valued quantum computing and only one corresponds to the final transition to general complex-valued quantum computing.

Crudely speaking, this means that the probability that an algorithm falls into the first (major) transition is about $4/5$, which is much larger than 0.5. The probability that two algorithms both falls into this category is equal to $(4/5)^2 = 0.64$, which is still larger than 0.5. So, it is not surprising that both major quantum algorithms known now – Grover’s algorithm and Shor’s algorithm – fall into this major transition category, i.e., use only real-valued amplitudes.

References

1. *Nielsen M.A. Chuang I.L.*, Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 2000.

О.В. Гулина, М.В. Мартон

Белорусский государственный университет, г. Минск, Беларусь

ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ СТУДЕНТА В УСЛОВИЯХ КОМПЬЮТЕРНО-ИНФОРМАЦИОННОЙ ПЕРЕГРУЗКИ

В условиях современной компьютерной, интернет, информационной перегрузки образовательная деятельность с позиции студента неизменно связана с проблемой отбора актуальной качественной информации, объективно и достоверно отражающей суть изучаемого объекта, предмета, процесса, явления или учебной дисциплины. Существующее на сегодняшний день многообразие интернет-технологий, технологий и сервисов по поиску и обработке данных, представленных, прежде всего, в цифровой форме, поистине впечатляют неискушенного молодого пользователя.

Вместе с тем, в условиях становления и развития информационного общества современный человек зачастую применяет информационно-коммуникационные технологии с целью получения готовых ответов, однако «возможность идти по пути наименьшего сопротивления «убивает» в человеке деятеля», в результате чего «конкретный индивид организован в гораздо менее разумной степени, чем это необходимо в действительности». Иными словами, с одной стороны, компьютерно-информационная среда удовлетворяет наши информационные потребности, а с другой, – постепенно лишает нас «интеллектуальной автономности» [1].

С целью минимизации влияния негативных тенденций информационного общества на развитие личности, необходимо сформировать у студентов навыки работы со всевозрастающими информационными потоками – «большими данными» [2]. И речь идет не только об использовании современных компьютерных информационных технологий организации, поиска, обработки и передачи данных, которые, безусловно, являются необходимым,

а зачастую, и неотъемлемым инструментом профессиональной деятельности человека и его образовательного процесса. В частности, речь идет о методологических подходах, позволяющих достичь максимального эффекта при работе с большим объемом информации, например, для достижения образовательных целей на любой ступени получения образования.

Так существующие сведения (которые в обиходе, как правило, называют информацией или данными, не разделяя эти понятия) условно можно структурировать, следуя «информационной пирамиде», предложенной еще в 1989 году американским учёным Р.Л. Акоффом. Основание пирамиды являются «данные», представляющие собой символы, возможно, не несущие смысловой нагрузки. На следующей ступеньке информационной пирамиды располагается «информация», которую можно интерпретировать как сведения, снимающие некую неопределенность, существовавшую до их получения, или как осмысленные данные. Информация для ее потребителя отвечает, например, на вопрос «что?». Над «информацией» в пирамиде располагаются «знания» – сведения, представляющие конкретные алгоритмы, отвечающие, на вопрос «как?», а венчает информационную пирамиду «мудрость», которая, являясь, прежде всего, философским понятием, в концепции информационной пирамиды отвечает на вопрос «почему?», отражая глубокое понимание и, как следствие, мотивируя ее обладателя к сбору новых данных, познанию новых явлений, процессов, структур и поиску новых алгоритмов решения все возникающих задач, т.е. генерации новых знаний.

Такое упорядочение всех существующих в информационном обществе сведений согласуется с трехступенчатой последовательностью эвристической деятельности студента и тремя методологическими группами вопросов познания («Что?», «Как?», «Почему?»), позволяющими определять собственные цели обучения и осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности при изучении любой учебной дисциплины, способствуя тем самым полноценному развитию личностного потенциала студента, в том числе, и творческого начала [3]. Целеполагание как важнейший элемент эвристической деятельности способствует и самопознанию человека в контексте концепции, предло-

женной в 1955 году американскими психологами Д. Лифтом и Х. Инхамом, под названием «Окно Джохари» (модель самопознания человека), поскольку позволяет отделять знание от незнания.

Именно такой подход в обучении призван развивать интеллектуальный потенциал конкретного индивида, столь необходимый современному человеку в эпоху тотальной цифровой трансформации, и в большей степени позволит ему осознать свои перспективы, в том числе и в будущей профессиональной деятельности.

Литература

1. *Ермолович Д.В.* Информационная перегрузка: Big data, Data mining и маркетинг-менеджмент // материалы II Междунар. науч.-практ. конф. «Big Data and Advanced Analysis», Минск, 15–17 июня 2016 г. С. 245–250.
2. *Моррисон А.* Поиск эффективных инструментов работы с большими данными // Технологический прогноз. 2010. Вып. 3. С. 41–50. URL: <http://ru.scribd.com/doc/83309742/> (дата обращения: 15.08.2019).
3. *Король А.Д.* Диалог в организации эвристического обучения физике // Физика в школе. 2008. № 6. С. 43–49.

Е.В. Семочкина

НИУ «Московский энергетический университет», г. Москва, Россия

АНАЛИЗ ТРУДОЕМКОСТИ БЕСПЛАТНЫХ ПРИЕМОВ УВЕЛИЧЕНИЯ ПОСЕЩАЕМОСТИ САЙТА С ПРИМЕНЕНИЕМ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Позиционирование на лидирующих местах в Интернете сайта организации может быть достигнуто путем применения бесплатных приемов увеличения посещаемости. Перечень предлагаемых бесплатных приемов:

Прием 1. Обеспечение индексации страниц сайта роботами поисковых систем.

Прием 2. Тщательный подбор статей и рубрик сайта.

Прием 3. Регистрация в рейтинговых и тематических каталогах.

Прием 4. Рассылка тематических подборок статей по фокус-группам.

Прием 5. Размещение объявлений на бесплатных досках объявлений.

Особенности их применения на примерах сайтов «Жизнь во Христе» (URL: <http://feat.lgb.ru/>), «Святые иконописцы» (URL: <http://devotion.lgb.ru/>), «Святые синайского полуострова» (URL: <http://sobor.lgb.ru/>) были представлены в статье [1].

Построение имитационной модели в среде моделирования GPSS позволяет оценить трудоемкость повторяемых частей рекламной кампании в Интернете: размещение трендовой информации на странице сайта (прием 2), рассылка тематических подборок статей по фокус-группам (прием 4), размещение объявлений на бесплатных досках объявлений (прием 5). Подробно построение модели описывается в статье [2].

Описание основных шагов бесплатной рекламной кампании в Интернете. Добавление на страницу с трендовой темой свежих текстов через 12 ч \pm 20 мин, в течение 5 дней.

Рассылка письма с актуальными ссылками по 600 адресам фокус-групп вручную: отправка письма каждые 3 мин ± 1 мин (вставка текста, набор адреса и отправка)

Размещение объявления на 40 досках объявлений: заход в личный кабинет 2 мин ± 1 мин, заполнение формы 10 мин ± 5 мин и модерация объявления 30 мин ± 5 мин.

Один раз в день (частота появления 470 \pm 10 мин) предусмотрен обеденный перерыв 60 \pm 5 мин. Сумма технических перерывов: 15 \pm 1 мин в день. Время написания отчета о проведении рекламной кампании 320 \pm 10 мин.

Программный код модели приведен в статье [2]. Ниже приводится начало листинга моделирующей программы GPSS с отчетом о времени рекламной кампании.

GPSS World Simulation Report – New advertising maker.12.1

Tuesday, October 16, 2018 21:09:31

START TIME	END TIME	BLOCKS	FACILITIES	STORAGES
0.000	2927.257	40	5	5

Время рекламной кампании – 2927 минуты. 2880 минут – 6 рабочих дней (6*8*60). 47 минут потребуется на 7 день для завершения рабочего отчета.

Выводы. Применение имитационного моделирования для анализа трудоемкости позволяет получить данные, необходимые для расчета времени рекламной кампании в Интернете и оценки стоимости труда нанимаемого сотрудника.

Для построения аналогичной имитационной модели достаточно возможностей бесплатной студенческой версии среды моделирования GPSS, что открывает дополнительные возможности менеджерам по рекламе и маркетингу.

Литература

1. Семочкина Е.В. Анализ увеличения посещаемости сайта при применении бесплатных приемов // Сб. трудов VIII-ой Международной науч.-техн. конф. Т. 3. Смоленск: Универсум, 2018. С. 238–243.
2. Семочкина Е.В. Применение имитационного моделирования для анализа трудоемкости бесплатных приемов увеличения посещаемости сайта // Информационные технологии. Проблемы и решения: сб. трудов VII Международной научно-практической конференции. Уфа: Изд-во УГНТУ, 2019. № 1(6). С. 75–81.

С.С. Сосинская, С.А. Рогачева

*Иркутский национальный исследовательский технический университет,
г. Иркутск, Россия*

КЛАССИФИКАЦИЯ ВЫБОРКИ СВЕДЕНИЙ О КВАЛИФИКАЦИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЕЙ С ПОМОЩЬЮ МНОГОСЛОЙНОГО ПЕРСЕПТРОНА

Искусственная нейронная сеть представляет собой совокупность нейронов, которые составляют слои. В каждом слое нейроны между собой никак не связаны, но связаны с нейронами предыдущего и следующего слоев.

Главная функция искусственного нейрона - формировать выходной сигнал в зависимости от сигналов, поступающих на его входы.

В самой распространенной конфигурации нейронной сети входные сигналы обрабатываются адаптивным сумматором с учетом весов, затем выходной сигнал сумматора поступает на вход функции активации, и результат подается на выход

Для исследования были использованы данные о преподавателях Университета Висконсин – Мэдисона [3], а именно:

- Является ли преподаватель носителем английского языка (двоичный признак)
- Специальность преподавателя (многозначный признак)
- Преподаваемый курс (многозначный признак)
- Сезонный или регулярный режим работы преподавателя (двоичный признак)
- Число учеников в группе (числовой тип данных)

Кроме того, для каждого преподавателя известна его квалификация, оцененная по трехзначной шкале (1 – низкая, 2 – средняя, 3 – высокая).

Эта выборка была использована для обучения нейронной сети, то есть настройки ее весов на основе входных данных (пе-

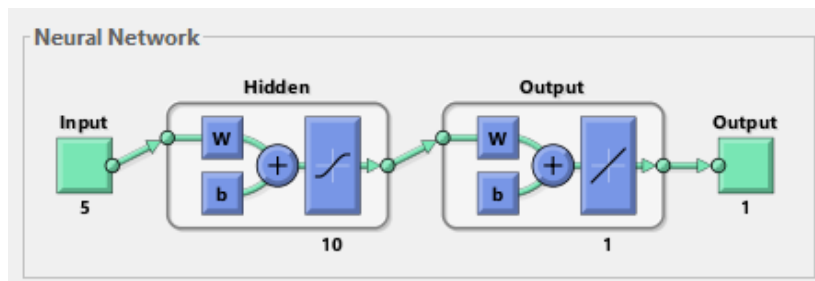
речисленные ранее признаки) и соответствующего классификационного признака (квалификация преподавателя). Обученную сеть можно использовать для классификации других преподавателей, имеющих такой же набор входных признаков

Рассматривалась нейронная сеть типа многослойный персептрон, который в некоторых источниках называют сетью прямого распространения сигнала[1].

Входной сигнал в таких сетях распространяется в прямом направлении, от слоя к слою. Многослойный персептрон в общем представлении состоит из следующих элементов [2]:

- множества входных узлов, которые образуют входной слой;
- одного или нескольких скрытых слоев вычислительных нейронов;
- одного выходного слоя нейронов.

Графическая модель полученной нейросети для указанной выборки после обучения представлена на рис.



Нейронная сеть типа «многослойный персептрон»

Литература

1. Уоссермен Ф. Нейрокомпьютерная техника: Теория и практика = Neural Computing. Theory and Practice. М.: Мир, 1992. 240 с.
2. Круглов В.В., Борисов В.В. Искусственные нейронные сети. Теория и практика. М.: Горячая линия – Телеком, 2001. 382 с.
3. Репозиторий реальных и модельных задач машинного обучения. URL: <http://archive.ics.uci.edu/ml/machine-learning-databases/tae/>.

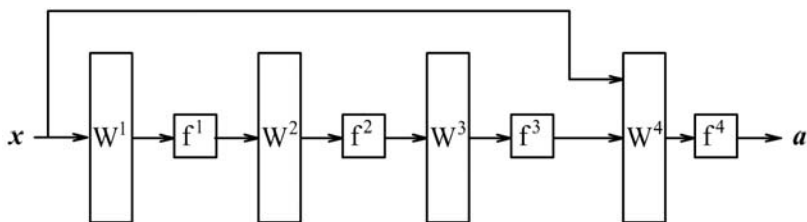
А.Н. Копылов

Воронежский институт МВД России, г. Воронеж, Россия

ОСОБЕННОСТИ ПРОГРАММНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ЧЕТЫРЕХСЛОЙНЫХ НЕЙРОСЕТЕВЫХ ДЕКОДЕРОВ ЛИНЕЙНЫХ БЛОЧНЫХ КОДОВ

Бурное развитие инфокоммуникационных технологий, рост объемов передаваемой информации при ограниченной пропускной способности каналов связи и наличии в них помех приводит к необходимости использования помехоустойчивых кодов. Эффективность кодов определяется количеством ошибок, которые они могут исправить, количеством избыточной информации, а также сложностью реализации алгоритмов кодирования и декодирования. Один из подходов к декодированию помехоустойчивых кодов связан с использованием искусственных нейронных сетей [1–3], что, очевидно, обусловлено стремительным развитием нейросетевых технологий в последнее десятилетие.

В работе [1] рассмотрена модель нейросетевого декодера линейного блочного кода, построенного на основе проверочной матрицы \mathbf{H} .



Нейросетевой декодер линейного блочного кода

В приведенной схеме \mathbf{x} – принятая кодовая комбинация, \mathbf{a} – информационное слово. Для первого слоя матрица $\mathbf{W}^1 = \mathbf{H}$,

функция активации $f^1(z) = 2(z \bmod 2) - 1$. На выходе данного слоя получим вектор, соответствующий двоичному представлению синдрома, определяющего ошибку. Для локализации ошибки используется матрица \mathbf{W}^2 , полученная с помощью отображения $\mathbf{W}^2 = 2(\mathbf{H}\mathbf{W}^3)^T - \mathbf{J}$, где \mathbf{W}^3 – матрица, состоящая из всех возможных векторов ошибок, которые могут быть исправлены, \mathbf{J} – матрица единиц соответствующего размера. Функции активации нейронов второго и третьего слоев: $f^2(z) = \theta(z - r)$, $f^3(z) = z$. В четвертом слое производится сложение по модулю 2 исходной кодовой последовательности и вектора ошибок, а также отбрасывание проверочных символов. Функция активации четвертого слоя $f^4(z) = z \bmod 2$.

Рассмотрим особенности программной реализации приведенной четырехслойной нейронной сети. Учитывая, что при построении нейросетевого декодера отпадает необходимость в настройке весов сети (матрицы \mathbf{W}^1 , \mathbf{W}^2 , \mathbf{W}^3 и \mathbf{W}^4 рассчитываются аналитически), программная реализация декодера может быть сведена к матричным умножениям с последующим применением к результатам умножений нелинейных преобразований в соответствии с функциями активаций слоев нейронной сети. Рассматриваемый декодер также можно легко реализовать на языке Python с использованием библиотеки Keras. При этом преобразование в четвертом слое может быть сведено к объединению входного вектора и отклика третьего слоя с последующим подключением Lambda-слоя, обеспечивающего сложение по модулю 2 указанных векторов, что позволит исключить лишние арифметические операции, присущие полносвязному слою. В качестве альтернативного подхода к реализации приведенного декодера рассмотрим подход, связанный с разделением модели на два блока, первый из которых включает первый и второй слои рассматриваемой нейронной сети, второй блок будет выполнять функции остальных слоев, но без использования матричных умножений. При этом последний слой рассматриваемой нейронной сети следует заменить сложением по модулю 2 входного сигнала и отклика третьего слоя. Преобразование в третьем слое может быть реали-

зовано следующим образом: матрицу \mathbf{W}^3 можно заменить одномерным целочисленным массивом, для которого двоичное представление i -го элемента соответствует i -му столбцу матрицы \mathbf{W}^3 . При этом в перемножении отклика второго слоя и вектора \mathbf{W}^3 отпадает необходимость. Кроме того, если учесть, что в исправлении проверочных символов нет необходимости (интерес представляют только информационные биты), то размер \mathbf{W}^3 , а, следовательно, и размер \mathbf{W}^2 могут быть уменьшены.

Литература

1. *Dumachev V.N., Kopylov A.N., Butov V.V.* Neural net decoders for linear block codes // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. 2019. Т. 12. № 1. С. 129–136.
2. *Копылов А.Н.* О нейросетевых декодерах кодов Хэмминга // Охрана, безопасность, связь. 2018. Т. 2. № 3 (3). С. 151-155.
3. *Nachmani E., Be'ery Y., Burshtein D.* Learning to Decode Linear Codes Using Deep Learning // 54th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing. 2016. pp. 341–346.

С.В. Синегубова¹, С.В. Синегубов²

¹Воронежский институт ФСИН России, г. Воронеж, Россия

²Воронежский институт МВД России, г. Воронеж, Россия

МОДЕЛЬ ВЗАИМОСВЯЗИ КЛАССОВ ЗАЩИЩЕННОСТИ И ТРЕБОВАНИЙ К НИМ

Введем обозначения: $A = \{a_1, \dots, a_m\}$ – множество классов защищенности; $B = \{b_1, \dots, b_n\}$ множество требований и подсистем, благодаря которому происходит отнесение к тому или иному классу защищенности при условии, что выполняются необходимые требования, причем

$$b_i = \begin{cases} 1, & \text{если данное требование используется } a_i; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Тогда $T: A \times B$ – определяет совокупность требований для каждого класса защищенности. Каждому элементу перебора T соответствует переменная

$$x_k^j = \begin{cases} 1, & \text{если требование } n \text{ используется для класса } m; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Таким образом, каждому элементу A соответствует набор из B , образующих вектор-строку

$$X = \{x_k^j\} = \{x_k^1, x_k^2, \dots, x_k^n\}, \quad k \in \{1, 2, \dots, m\}, \quad j \in \{1, 2, \dots, n\}.$$

С учетом x_m^n T образует матрицу.

Для каждого элемента A введем вектор-столбец $Y = \{y_k^j\} = \{y_k^1, y_k^2, \dots, y_k^n\}$, $k \in \{1, 2, \dots, m\}$, $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, причем

$$y_k^j = \begin{cases} 1, & \text{если } j = k; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Тогда T , X и Y связаны соотношением $T \cdot Y^T = X^T$, где $(\bullet)^T$ – транспонированные вектора.

Пусть $H = \{h_k^j\}$ – вектор-строка ($k \in \{1, 2, \dots, m\}$, $j \in \{1, 2, \dots, n\}$), образующая множество требований и подсистем без отнесения к тому или иному классу защищенности, причем

$$h_k^j = \begin{cases} 1, & \text{если данное требование используется;} \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Обозначим $Y_i = \{y_k^j\}$ ($i = 1, \dots, m$) вектора, соответствующие каждому классу защищенности. Тогда можно записать

$$T^T \cdot H^T = \alpha_1 \cdot Y_1^T + \alpha_2 \cdot Y_2^T + \dots + \alpha_m \cdot Y_m^T = \sum_{i=1}^m \alpha_i \cdot Y_i^T = G,$$

где G – вектор-столбец, элементами которого являются числа $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$.

Числа α_i характеризуют вклад каждого класса защищенности $Y_i = \{y_k^j\}$ для объекта с новыми требованиями $H = \{h_k^j\}$, отличными от $X = \{x_k^j\} = \{x_k^1, x_k^2, \dots, x_k^n\}$ и фактически являются весовыми коэффициентами.

Чем выше α_i , тем больше вклад соответствующего класса защищенности в формирование общей защиты нового объекта. Данный объект рекомендуется отнести к классу защищенности соответствующему наибольшему значению α_i , где i – порядковый номер класса защищенности. Однако таких чисел $\max\{\alpha_i\}$ может быть несколько или они (числа) близки между собой, но сильно отличаются от остальных по своему значению. Тогда введем дополнительное условие.

Пусть c_j – стоимость реализации требования n из B .

Тогда $\sum_{j=1}^n c_j x_k^j$ – определяет стоимость реализации всех необходимых требований определяемых классом защищенности B .

Учитывая, что новый объект характеризуется требованиями $H = \{h_k^j\}$, предъявляемых заказчиком, то задача по отношению нового объекта к тому или иному классу защищенности принимает вид

$$\begin{cases} G = \text{Arg max } \{\alpha_i\} \rightarrow A; \\ \sum_{j=1}^n c_j x_k^j \xrightarrow{c_j} \text{opt}. \end{cases}$$

То есть определяется его порядковый номер максимального значения α_i и как следствие принадлежность к тому или иному классу защищенности, при этом решается задача по оптимальным для собственника затратам. Новые требования $H = \{h_k^j\}$ обязательно должны содержать существующие для выбранного класса защищенности. Тогда вектор множества требований и подсистем для нового объекта представляет собой объединение векторов $H = \{h_k^j\}$ и $X = \{x_k^j\}$.

Л.И. Шехтман, Р.Р. Каримов, Д.И. Шаяхметова

*Уфимский государственный авиационный технический университет,
г. Уфа, Россия*

ИНФОРМАЦИОННАЯ ПОДДЕРЖКА УПРАВЛЕНИЯ ГРУППОЙ ДИСТАНЦИОННОГО СЕРВИСНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ БАНКОВСКОГО УЧРЕЖДЕНИЯ

Рассматривается деятельность контакт-центра банка, а именно группы по обработке web-обращений клиентов, поступающих различными способами. Применяемое программное обеспечение позволяет регистрировать обращения и формировать ответ. В зависимости от проблем, указанных в обращении, обработка может требовать различного объема рабочего времени и различных по сложности действий. В настоящее время сотрудники контакт-центра делят все множество заявок между собой без учета этих параметров. По итогам определенного временного периода (и ежедневно, и в конце месяца, и в конце года) происходит подведение итогов, включающее оценивание результатов работы сотрудников. Работа сотрудников оценивается с количественной и качественной точки зрения [1]. Интересуются количеством обработанных обращений клиентов, а также и качеством их обработки. Под качеством обработки web-обращения понимается своевременность обработки, корректность переписки с клиентом, соответствие ответов на обращение клиента разработанным в банковском учреждении регламентам, грамотность в использовании программного обеспечения, минимальное количество обращений за помощью к консультанту, обращение к сторонним специалистам в случае необходимости. На практике на количественные и качественные показатели эффективности сотрудников влияет распределение web-обращений клиентов по классам сложности. При существующем подходе загруженность исполнителей оказывается неравномерной.

Предлагается до начала распределения заданий между сотрудниками выполнить экспертную классификацию web-обращений на 3 класса сложности: простые, средней сложности, сложные [2]. После этого распределять задания примерно поровну внутри каждого класса сложности.

В качестве эксперта выступает руководитель контакт-центра банка. Эксперту предъявляется все множество web-обращений, которые требуется обработать в течение рабочего дня. Каждое web-обращение эксперт оценивает с точки зрения затрат времени, количества и сложности выполняемых операций, в том числе по применению программного обеспечения, необходимости привлечения специалистов других отделов. По итогам выполненного анализа эксперт относит каждое web-обращение к одному из трех классов сложности. Эксперт может учитывать количество проблем, которые можно выделить в web-обращении клиента, а также их взаимосвязанность.

После того как все обращения проанализированы и оценены, эксперт может еще раз посмотреть на всю получившуюся классификацию (т. е. распределение обращений по классам) в целом и решить не требуется ли выполнить корректировку. Возможно, окажется что некоторые близкие по сложности обращения клиентов оказались в разных классах, или, наоборот, значительно отличающиеся – в одном. При необходимости выполняется перенос сообщений между классами.

После разбиения множества заданий на три непересекающихся подмножества (простые, средней сложности, сложные) задания каждого класса сложности распределяются между сотрудниками. В результате у каждого сотрудника будет приблизительно одинаковое соотношение между количествами заданий различной сложности. Используется список сотрудников, упорядоченных по убыванию оценок квалификации. В случае, когда количество заданий не кратно числу сотрудников, большая нагрузка ложится на более подготовленных исполнителей.

Был разработан алгоритм распределения заданий между сотрудниками контакт-центра и выполнена его программная реализация. Для сравнения существующего и предлагаемого подходов к распределению заданий оценивалась равномерность загрузки

женности сотрудников с помощью суммы абсолютных отклонений количества обработанных обращений от среднего по группе сотрудников и с учетом классов сложности заданий. Программная реализация алгоритма выполнена на языке программирования Visual C#. Проведен вычислительный эксперимент по данным одного типичного рабочего дня. Сравнивалась равномерность загруженности сотрудников при существующем подходе – без учета сложности заданий, в порядке регистрации обращений и при предлагаемом подходе – на основе экспертной классификации по сложности заданий. Эксперимент показал, что оценка равномерности для предлагаемого подхода оказалась гораздо ближе к нулю (идеальному значению отклонения от среднего).

Предлагаемый метод позволит повысить качество процедуры принятия решений при управлении группой дистанционного сервисного обслуживания банковского учреждения.

Литература

1. Кузьмина Е.А., Каримов Р.Р., Чувиллина М.Ю., Шехтман Л.И. Информационно-аналитическая система «Портал вакансий» // Информационные технологии интеллектуальной поддержки принятия решений (ITIDS'2018): Труды VI Всероссийской конференции (с приглашением зарубежных ученых). 2018. С. 128–134.
2. Литвак Б.Г. Экспертные технологии в управлении. М.: Дело, 2004. 400 с.

Т.В. Вахний, А.К. Гуц, В.С. Заполин

*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия*

ПРИМЕНЕНИЕ БИМАТРИЧНЫХ И ИЕРАРХИЧЕСКИХ ИГР ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ЗАЩИТЫ КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ

При построении и анализе современных систем защиты информации активно используется математический аппарат теории игр [1–3]. С помощью игровых методов можно анализировать взаимодействие между администратором безопасности и злоумышленниками, имеющими разные интересы. В данной работе путем решения иерархических и биматричных игр рассчитывались наиболее оптимальные наборы программных средств защиты компьютерной системы. В биматричных играх предполагается, что игроки (администратор безопасности и злоумышленник) выбирают свои стратегии одновременно и однократно, а в иерархических играх существует фиксированный порядок ходов – первый ход делает ведущий игрок, а затем свои стратегии выбирает ведомый игрок. Иерархическая игра представляет собой математическую игру, в которой игроку верхнего уровня иерархии известна стратегия второго игрока при существовании неопределенных факторов [4–6]. Итогом такой игры является максимально гарантированный результат игрока верхнего уровня.

Было реализовано два типа иерархических игр – в одной ведущим игроком был администратор безопасности, а во второй – злоумышленник.

В первом случае предполагается, что более опытным игроком является администратор безопасности, он имеет представление как о возможных атаках, которые могут нанести ущерб компьютерной системе, так и о способах им противостоять, а также может предсказать реакцию злоумышленника. Поэтому именно он делает первый ход и ему принадлежит ведущая роль в иерархической игре. Затем свои стратегии выбирает злоумышленник,

который в этой иерархической игре является ведомым игроком. Стратегиями первого игрока являются различные комбинации программных средств для защиты, а стратегиями второго игрока – различные комбинации угроз компьютерной безопасности. Оптимальной стратегией администратора в работе считается такой набор программных продуктов, который обеспечивает сведение к суммарному минимуму ущерба, нанесённого компьютерной системе, и затрат на приобретение программных продуктов. Исследование проводилось в интересах администратора безопасности, поэтому предполагалось, что возможные угрозы злоумышленника направлены на нанесение наибольшего ущерба компьютерной системе и каждый игрок стремится, по возможности, максимизировать свою функцию выигрыша.

Во второй иерархической игре предполагалось, что более опытным игроком является злоумышленник, который прекрасно осведомлен о всех способах защиты информационного ресурса, на который организует атаку, поэтому теперь он выступает ведущим игроком. Администратор в этой иерархической игре уступает хакеру не только в инициативе, но и в знаниях уязвимостей защищаемой им системы.

На основе описанного подхода было создано программное приложение, которое находит решение биматричных и иерархических с выбором ведущего игрока игр, вычисляя несколько наиболее оптимальных наборов средств защиты из имеющихся в распоряжении администратора безопасности программных продуктов. Анализ результатов расчетов иерархических и биматричных игр может быть полезен администратору безопасности в принятии более верных решений в вопросах оптимизации защиты компьютерной системы.

Литература

1. *Гуц А.К., Вахний Т.В.* Теория игр и защита компьютерных систем: учебное пособие. Омск : Изд-во ОмГУ, 2013. 160 с.
2. *Вахний Т.В., Гуц А.К., Новиков Н.Ю.* Матрично-игровая программа с выбором критерия для определения оптимального набора средств защиты компьютерной системы // Математические структуры и моделирование. 2016. № 2 (38). С. 103–115.

3. *Вахний Т.В., Гуц А.К., Бондарь С.С.* Учет вероятностей хакерских атак в игровом подходе к подбору программных средств защиты компьютерной информации // Математические структуры и моделирование. 2015. № 3 (35). С. 91–105.
4. *Вахний Т.В., Гуц А.К.* Иерархические игры и защита компьютерных систем // Омские научные чтения – 2018: материалы Второй Всероссийской научной конференции (Омск, 10–15 декабря 2018 г.). Омск: Изд-во Ом. гос. ун-та, 2018. С.174–175.
5. *Damjanovic-Behrendt V.* Stackelberg Security Game for Optimizing Security of Federated Internet of Things Platform Instances // World Academy of Science, Engineering and Technology International Journal of Computer and Information Engineering. 2017. Vol. 11, no. 5. P. 529–534.
6. *Lee P., Clark A., Alomair B., Bushnell L., Poovendran R.* Passivity-Based Distributed Strategies for Stochastic Stackelberg Security Games // Proceedings of 6th International Conference «GameSec 2015», London, UK, November 4–5, 2015. P. 113–129. URL: <http://www.ee.washington.edu/research/nsl/papers/GameSec2015.pdf>.

Е.А. Тюменцев, М.Ю. Карев

*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия*

КОНЦЕПЦИЯ ПЛАГИНА К IDE ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ С ЮС КОНТЕЙНЕРОМ

ЮС-контейнер – одна из практик программирования для уменьшения степени связности компонентов и улучшения повторной используемости кода, которая получила широкое распространение в настоящее время. Чаще всего зависимость в контейнере разрешается на основе запрашиваемого типа. Но, иногда необходимо, чтобы при разрешении нескольких зависимостей возвращалось значение одного и того же типа. То есть между типами и зависимостями не всегда можно установить взаимно-однозначное отображение. В этом случае, каждой зависимости ставится в соответствие некоторое уникальное значение, например, строка, как в php-фреймворке Laravel.

Основной недостаток такого подхода, по сравнению с разрешением зависимости на основе запрашиваемого типа, в том, что отсутствуют какие-либо инструменты со стороны среды разработки, позволяющие избегать ошибок и неправильного использования зависимостей.

В настоящем докладе предлагается концепция плагина для Visual Studio Code, который позволяет во время разработки и отладки приложения получить разработчику следующие данные об используемом ЮС-контейнере:

1. Список доступных зависимостей.
2. Переход к месту определения зависимости.
3. Поиск зависимостей, не имеющих определения.
4. Предложение по исправлению опечаток в названиях зависимостей.

Плагин состоит из двух компонентов:

- Поиск и разметка зависимостей в исходном коде проекта и подключаемых пакетов.

- Выполнение обозначенных выше операций по запросу разработчика.

Благодаря тому, что каждая зависимость представляется в виде строки, а строки определяются в разных языках программирования очень похоже по синтаксису, то данный плагин может обеспечить сразу поддержку широкого класса языков.

И.Г. Ольгина

Омский государственный технический университет, г. Омск, Россия

МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВАЖНЫХ УЗЛОВ СЕТИ С УЧЕТОМ РЕЛЕВАНТНЫХ МЕР ЦЕНТРАЛЬНОСТИ

Показатели важности узлов и связей сети цитирования называются мерами центральности (centrality) [1]. Исследования отечественной и зарубежной литературы показали, что важность узла не может быть адекватно измерена какой-либо одной мерой центральности. Однако некоторые меры являются более подходящими (релевантными), чем другие. Существуют достаточно большое количество мер важности узлов: (по степени связности, по близости к другим узлам, по посредничеству, по влиятельности, центральность по Кацу, PageRank, центральность просачивания, кросс-кликерная центральность, центральность Фримана, центральность по вкладу и др.), в том числе меры, разработанные специально для конкретных сетевых структур [2].

Предлагается к рассмотрению метод определения важных узлов с учетом релевантных мер центральности. Меры центральности явно разрабатывались для ранжирования, что позволяет упорядочить по важности узлы сети.

Разработанный метод определения важных узлов сводится к определению суммарного ранга узлов. В соответствии с данным принципом строится математическая модель, которая позволяет вычислить комплексную оценку центральности узлов сети, как сумму рангов узла сети по каждой мере центральности с учетом их релевантности, по следующей формуле:

$$C_{sum}(h) = \sum_{i=1}^n k_i(h)R_i, \quad (1)$$

где R_i – ранг i -го показателя; n – число показателей; k_i – индекс релевантности i -го показателя, $k_i \in \{0,1\}$; h – профиль исследования.

Рассмотрим применения данного подхода на примере определения важных публикаций требуемой тематики на основе анализа сетей цитирования. Математической моделью сетей цитирования являются ориентированные графы. Для определения важных узлов на основе модели (1) в первую очередь следует определить, какие центральности узла сети цитирования, характеризуют его влияние на сеть, и достаточны для определения его значимой роли в сети. Для определения важности узла сети цитирования достаточно учитывать следующие меры центральности:

- центральность по степени связности;
- центральность по близости к другим узлам;
- центральность по посредничеству;
- центральность по авторитетности;
- центральность по концентрации.

Сеть цитирования является ориентированной, следовательно, входящие и исходящие связи анализируются отдельно, для этого вычисляется число ребер, которые начинаются либо заканчиваются в данном узле. Соответственно вычисляется полустепень захода (*in-degree*) и полустепень исхода (*out-degree*). При определении центральности по близости к другим узлам для орграфов можно рассматривать как дистанции от определяемой вершины до всех остальных (режим *out*), так и дистанции от всех вершин до определяемой (режим *in*).

В таблице приведены значения индексов релевантности с учетом профиля исследования. Название профиля являются условными.

Например, второму профилю соответствуют показатели, принимаемые во внимание при определении комплексной оценки центральности узлов, которым соответствуют авторитетные по содержанию публикации. К таким публикациям будут относиться эмпирические публикации, представляющие результаты оригинальных исследований, а так же первоисточники.

Использование предложенного метода позволит повысить эффективность решения множества прикладных задач, таких как: подготовка научных обзоров источников информации; подбор литературы для научных исследований; оптимизация комплектования литературой научных библиотек; задач наукометрии и т. п.

Дальнейшая реализация с помощью технических средств найдет свое применение в разработке различных экспертных систем, автоматизированных систем поддержки принятия решений.

Значения индекса релевантности

Обозначения	Меры центральности	Значения индекса релевантности, k		
		Профиль «Реферативность», $h = 1$	Профиль «Признанность», $h = 2$	Профиль «Весомость», $h = 3$
C_D	по степени связности	0	0	1
$Outdeg$	по полустепени исхода	1	0	0
$Indeg$	по полустепени захода	0	1	0
C_C	по близости к другим узлам	0	0	1
$C_C(out)$	по близости к другим узлам (out)	1	0	0
$C_C(in)$	по близости к другим узлам (in)	0	1	0
C_B	по посредничеству	0	0	1
C_{AU}	по авторитетности	0	1	1
C_{NI}	по концентрации	1	0	1

Литература

1. *Newman M.* Networks: An Introduction. Oxford University Press, 2010.
2. *Евин И.А.* Теория сложных сетей как новая научная парадигма // Сети, когнитивная наука, управление сложностью, Философия и синергетика.
3. *Бредихин С.В., Ляпунов В.М., Щербакова Н.Г.* Мера “центральности” для ранжирования научных статей // Проблемы информатики. 2015. № 1. С. 55–64.

И.Д. Сиганов

*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия*

ОБЗОР МЕТОДОВ ТРАНСФОРМАЦИИ ПОРТРЕТА ЧЕЛОВЕКА В АНИМЕ СТИЛЬ

Трансляция изображения из одного домена в другой обычно представляется, как возможность перерисовать фотографию человека в определенном стиле или фотографию пейзажа зимы в точно такую же фотографию с пейзажем лета, а также перерисовка зебр в лошадей, кошек в собак, мужчин в женщин.

Математически эта задача формируется следующим образом: необходимо найти некоторую функцию для отображения одного распределения в другое распределение. Допускаются потери информации и, следовательно, некоторые неточности трансляции между доменами. В данном случае это распределения на портретных фотографиях людей и портретных изображениях аниме персонажей.

Такую функцию можно представить в виде глубокой свёрточной нейросети. Обычно для генерации изображений используют генеративные состязательные сети (GAN) и автокодировщики (AE).

Классическое обучение с учителем подразумевает, что доступен набор пар $\langle X, Y \rangle$ и модель учит функцию $f: X \rightarrow Y$. Особенность задачи переноса домена в том, что парных данных не существует. Как минимум почти невозможно получить точные пары фотографий зимнего и летнего пейзажа одного места. Не существует точных пар для фото человека в его мужской и женской версии одновременно, для фото человека и его аниме-версии.

Если рассмотреть данные человек-аниме, то обнаружатся и другие проблемы переноса доменов: несовпадение геометрии, значительное отличие в распределении отдельных элементов:

челка, большие глаза, острый подбородок, маленькое лицо, разные цвета волос и глаз.

Тем не менее существует несколько методов обучения нейросетей для поиска функции переноса доменов. Одна из идей – использовать аналогию с переводом текста. Допустим, есть два языка A и B , где $f: A \rightarrow B$ и $g: B \rightarrow A$ – функции перевода. Тогда можно построить цепочку переводов $a \rightarrow b \rightarrow a'$ так, чтобы текст a был максимально похож на текст a' . Или, наоборот, для $b \rightarrow a \rightarrow b'$. Тогда в этом случае не нужен промежуточный элемент перевода, то есть парный элемент данных. Эта идея лежит в основе архитектуры CycleGAN [4], которая использует два автокодировщика-генератора, два дискриминатора, циклическую функцию потерь для сравнения a и a' , функцию потерь идентичности и функцию потерь от дискриминатора, чтобы промежуточные элементы перевода были похожи на распределения B и A соответственно. Но эта модель страдает от несовпадения геометрии: аниме-лица обычно меньше, глаза больше, почти всегда есть челка, в то время как на фото реальных людей наоборот. В этих экспериментах почти всегда есть артефакты в преобразовании подбородка, шеи и глаз.

В архитектуре TwinGAN [5] используются один генератор, вместо двух, как в CycleGAN. Чтобы получить два разных поведения одного генератора используются метод Batch Renormalization. Так как одна нейросеть отвечает за два домена сразу, то внутреннее представление получается особенным: оно позволяет искать похожих на людей аниме персонажей в обучающей выборке. Экспериментально было подтверждено, что данная архитектура лучше переносит форму, поэтому было замечено меньше артефактов по сравнению с CycleGAN.

Существуют и другие архитектуры, например, U-GAT-IT [6] использует механизмы внимания и новый слой нормализации AdaLIN (Layer + Instance Normalization).

Для создания приложения Nijigenka AI [8] был собран датасет селфи фотографий из открытых пабликов социальной сети vk.com и отобран датасет аниме персонажей из базы safebooru 2018. В итоге было получено по 15 тысяч фотографий каждого домена без контроля пола, цвета волос и глаз. TwinGAN модель с некоторыми модификациями обучалась две недели на двух видеокартах 1070 Ti. Результат опубликован в форме чат бота [8].

Пример работы показан на рисунке: слева оригинальное фото, по-середине фото полученное TwinGAN моделью, справа – результат U-GAT-IT.



Тем не менее, все эти модели восприимчивы к чистоте данных и в них нет представления о природе формы лица. В дальнейшем будут изучены следующие подходы и поставлены эксперименты по их комбинации: метод обратимых нейросетей вида GLOW [7], добавление в нейросеть информации о разметке лица и явном сопоставлении частей лица, предобучение базовых нейросетей на данных целевых доменов для задачи поиска лица и классификации признаков лица.

Литература

1. Gatys L.A., Ecker A.S., Bethge M. A Neural Algorithm of Artistic Style // arXiv:1508.06576 [cs, q-bio]. 2015.
2. Logan Engstrom. Fast Style Transfer. 2016. URL: <https://github.com/lengstrom/fast-style-transfer/> (дата обращения: 28.10.2019)
3. Liu M.-Y., Breuel T., Kautz J. Unsupervised Image-to-Image Translation Networks // arXiv:1703.00848 [cs]. 2018.
4. Zhu J.-Y. и др. Unpaired Image-to-Image Translation using Cycle-Consistent Adversarial Networks // arXiv:1703.10593 [cs]. 2018.
5. Li J. Twin-GAN – Unpaired Cross-Domain Image Translation with Weight-Sharing GANs // arXiv:1809.00946 [cs, stat]. 2018.
6. Kim J. и др. U-GAT-IT: Unsupervised Generative Attentional Networks with Adaptive Layer-Instance Normalization for Image-to-Image Translation // arXiv:1907.10830 [cs, eess]. 2019.
7. Kingma D.P., Dhariwal P. Glow: Generative Flow with Invertible 1x1 Convolutions // arXiv:1807.03039 [cs, stat]. 2018.
8. Nijigenka AI: сайт приложения. URL: <http://nijigenka.7bits.it/> (дата обращения: 28.10.2019).

Т.А. Дейнеко

*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия*

ОПИСАНИЕ ПРОБЛЕМ ПЕРЕХОДА К АВТОМАТИЗИРОВАННОМУ СОСТАВЛЕНИЮ РАСПИСАНИЯ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА В ОМГУ

Автоматизация составления расписания учебных занятий – одна из важнейших задач планирования и управления учебным процессом в учебном заведении.

В ОмГУ им. Ф.М. Достоевского внедряется [2] автоматизированная система для составления расписания «1С: Автоматическое составление расписания. Университет» [1].

В течение прошлого года был изучен функционал системы, проведено обучение сотрудников учебного отдела работе в системе (5 человек), отработаны варианты ручного заполнения расписания для 4 корпусов ОмГУ в соответствии с составленными диспетчерами вручную, а также опробованы различные алгоритмы составления автоматического расписания.

Основные проблемы при составлении автоматического расписания связаны с человеческим фактором:

- Аудитории для проведения занятий конкретных групп каждого факультета определяются исходя из личного опыта диспетчера, ответственного за данный факультет.
- Предпочтения и ограничения преподавателей по времени проведения занятий иногда противоречат установленным принципам распределения занятий по сетке расписания.
- Требуется большая подготовительная работа (в том числе по назначению потоков, зависимых, «виртуальных». «фиктивных» групп, аудиторий, преподавателей).

Одну часть выявленных проблем удаётся решить с помощью функционала «1С: Автоматическое составление расписания. Университет». Вторая часть связана с конфликтом интересов

преподавателей. Потребуется непопулярные организационные меры для решения данной задачи. Третью часть – с распределением аудиторий – придётся решать редактированием автоматически составленного расписания путём внесения изменений диспетчерами вручную.

В декабре 2019 года назначен тестовый запуск автоматического составления расписания на весенний семестр 2019/2020 учебного года для студентов 12 факультетов университета, обучающихся в 6 корпусах.

По результатам этой работы планируется пересмотреть и изменить существующие бизнес-процессы составления расписания в ОмГУ.

Литература

1. 1С: Автоматическое составление расписания. Университет. URL: <http://largenumbers.ru/software/> (дата обращения: 17.10.2019).
2. *Дейнеко Т.А.* Переход к автоматизированному составлению расписания учебного процесса в ОмГУ // Математическое и компьютерное моделирование: сборник материалов VI Международной научной конференции, посвященной памяти Б.А. Рогозина. Омск, 2018. С. 170–171.

Н.Ф. Богаченко, Д.Н. Лавров, Т.Ю. Стукен

*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия*

АНАЛИЗ ДАННЫХ ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ЗАНЯТОСТИ НАСЕЛЕНИЯ О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С БЕЗРАБОТНЫМИ ГРАЖДАНАМИ

Задача построения методики оценки эффективности активной политики занятости на рынке труда актуальна длительное время не только в Российской Федерации, но и в странах ближнего зарубежья [1–4]. Работы в данном направлении ведутся на протяжении последних двух десятилетий. С развитием вычислительных средств и алгоритмов работы с большими данными появляются новые возможности, которые можно применить для обработки и анализа накопленных данных службы занятости (СЗ).

Цель нашего исследования: на основе анализа информации о взаимодействии СЗ с безработными гражданами, выработать механизм использования этих данных при создании методики оценки эффективности активной политики занятости на рынке труда.

Исходные данные, предоставленные СЗ, представляют собой электронную таблицу в формате .xlsx. Таблица содержит обезличенную информацию почти о 20000-ах обратившихся в СЗ. Основные задачи первичной обработки исходных данных:

1. Агрегация данных с целью получения и анализа усреднённых показателей.
2. Разметка данных для возможности последующей классификации.

На этапе работы с данными полагаем, что каждый обратившийся в СЗ уникален и характеризуется единственной строкой в таблице. Наиболее значимыми с точки зрения описания деятельности СЗ признаны колонки «Причина снятия с учёта» и «Вид

услуги». Анализ исходных данных показал, что для каждого обратившегося в СЗ указана единственная причина снятия с учёта, тогда как в колонке «Вид услуги» содержится целый перечень оказанных услуг, допускающий многократное повторение какой-либо услуги.

В качестве инструмента работы выбрана библиотека pandas языка программирования Python. По первой задаче получены следующие результаты.

Информация в колонке «Вид услуги» преобразована из текстового формата в список, что позволило в дальнейшем получить количественные характеристики, связанные с числом и видами оказанных услуг.

Сформирован справочник «Причины снятия с учёта». Выделено 22 причины, в том числе вариант значения этого показателя «Не задана». Для каждой причины вычислено среднее число оказанных услуг и число обратившихся. Экспертами СЗ причины снятия с учёта классифицированы по двум показателям: «Вес» (использована целочисленная шкала от -10 до 10; чем больше значение, тем эффективнее деятельность СЗ) и «Группа» (использована качественная шкала: «отрицательный результат», «нейтрально», «положительный результат», «высокий результат»; под результатом понимается различные варианты трудоустройства и профпереподготовки обратившегося в СЗ гражданина). Существенным является тот факт, что число обратившихся в СЗ с незаданной причиной снятия с учёта составляет 50,23 % от общего числа записей в исходной таблице. В связи с этим возникает проблем восстановления причины снятия с учёта для таких граждан.

Сформирован справочник «Услуги». Выделено 13 услуг (см. табл. 1). Экспертами СЗ услуги классифицированы по показателю «Влияние на эффективность» (использована бинарная шкала «да / нет»; значение «да» означает, что факт оказания данной услуги свидетельствует об эффективной работе службы занятости; в дальнейшем планируется проанализировать, является ли следствием оказания подобной услуги благоприятная с точки зрения эффективности работы СЗ причина снятия с учёта).

Таблица 1

Услуги

<i>Код услуги</i>	<i>Услуга</i>
A	Временное трудоустройство
B	Другие услуги
C	Информирование
E	Общественные работы
F	Организация ярмарок вакансий
G	Профобучение
H	ПрофорIENTATION
I	Психологическая поддержка
J	Самозанятость
K	Содействие в переселении в другую местность
L	Содействие в поиске работы
M	Сопровождение при содействии занятости инвалидов
N	Социальная адаптация

В процессе решения второй задачи для каждого обратившегося вычислен так называемый вектор оказанных услуг. Размерность вектора определяется числом записей в справочнике «Услуги». Значение каждой координаты вектора определяется числом повторений соответствующей услуги в списке услуг колонки «Вид услуги».

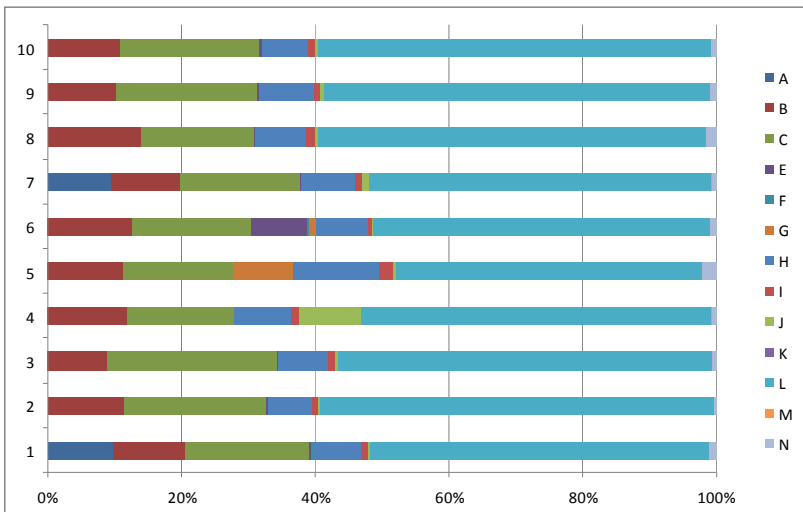
Координаты векторов оказанных услуг усреднены по каждой причине снятия с учёта. В соответствии со справочником «Причины снятия с учёта» получено 22 вектора. Анализ показателя «Число обратившихся» из данного справочника позволил выделить причины снятия с учёта, для которых число строк в исходной таблице составляет менее 0,4 % обратившихся. В связи с этим число причин снятия с учёта, а, следовательно, и число усреднённых векторов оказанных услуг, сокращено до 10 (см. табл. 2).

Как видно из рисунка, векторы хорошо различимы между собой. Это даёт возможность в дальнейшем, используя методы кластеризации, классифицировать записи таблицы с незаданной причиной снятия с учёта.

Таблица 2

Значимые причины снятия с учёта

Код причины	Причина снятия с учёта
1	Временное трудоустройство испытывающих трудности в поиске работы
2	Длительная (более месяца) неявка гражданина в органы СЗ без уважительных причин
3	Отказ от услуг СЗ
4	Предпринимательская деятельность без образования юридического лица
5	Профессиональное обучение
6	Трудоустройство на общественные работы
7	Трудоустройство на субсидируемое рабочее место
8	Трудоустройство по направлению службы занятости
9	Трудоустройство самостоятельно (включительно на вакансии, размещенные центрами занятости)
10	Не задана



Линейчатая диаграмма, характеризующая среднее число указанных услуг по каждой причине снятия с учёта.

Ось ординат: 10 усреднённых векторов оказанных услуг (номер вектора соответствует причине снятия с учёта из таблицы 2).
 Ось абсцисс: процентное соотношение значений координат каждого вектора (буквенное обозначение координат соответствует услугам из таблицы 1)

Литература

1. *Стукен Т.Ю., Лапина Т.А.* Обучение молодых работников на рабочем месте: инвестиции в специфический человеческий капитал или ликвидация пробелов в базовой подготовке? // Вестник Омского университета. Серия Экономика. 2015. № 1. С. 108–114. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_23050566_62046029.pdf.
2. *Лапина Т.А., Стукен Т.Ю.* Оценка потоков нестандартно занятых работников // Вестник Омского университета. Серия Экономика. 2018. № 2. С. 45–51. URL: https://elibrary.ru/download/elibrary_35395350_20409219.pdf.
3. *Сидоренко С.В.* Эффективность деятельности органов службы занятости: оценка на основе сбалансированной системы показателей: автореф. дис. ... канд. экон. наук. М.: МГУ им. М.В. Ломоносова, 2004.
4. *Ванкевич Е.В., Коробова Е.Н.* Оценка эффективности активных программ содействия занятости в регионе // Вестник Витебского государственного технологического университета. 2015. Вып. 28. С. 174–185. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/otsenka-effektivnosti-aktivnyh-programm-sodeystviya-zanyatosti-v-regione>.

Е.А. Костюшина, А.А. Лантес

*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия*

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПЛАНИРОВАНИЯ
ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ РАБОТЫ
ПРОФЕССОРСКО-ПРЕПОДАВАТЕЛЬСКОГО СОСТАВА
С ЦЕЛЮ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РЕНТАБЕЛЬНОСТИ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Планирование образовательной деятельности образовательной организации проводится в соответствии с федеральными государственными образовательными стандартами (ФГОС) и объемом финансового обеспечения выполнения государственного задания на оказание государственных услуг [1]. Государственное задание рассчитывается на основе контингента обучающихся за счет бюджетных ассигнований. За обучающихся по договорам об оказании платных образовательных услуг образовательное учреждение получает финансирование напрямую от оплаты договоров и выделяет ресурсы (ставки) согласно внутренним нормативам.

Численность студентов, обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, в расчете на одного работника профессорско-преподавательского состава с 2018 года составляет 12 человек [2]. Также используются корректирующие коэффициенты, отражающие формы обучения (очно-заочная, заочная): 0,25 и 0,1 [1]. Таким образом, можно определить объем ставок преподавателей, соответствующий контингенту обучающихся.

Учебные планы, составленные на основе ФГОС, содержат перечни и объемы дисциплин, практик, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся. В основе планирования нагрузки

профессорско-преподавательского состава лежит информация из учебных планов. Всю нагрузку условно можно разделить на две части: контактную и «незвонковую» (нагрузка, которая не включается в расписание занятий). Объем контактной работы определяется требованиями стандартов по образовательной программе и нормативами организации. Объем «незвонковой» нагрузки регулируется нормативами организации.

Для всех видов работ образовательная организация устанавливает нормы времени (фиксированные или диапазон) и формулу расчета. Отметим, что часть нагрузки зависит от объема контингента обучающихся и каким-то образом должна корректироваться в случае изменения контингента.

Для расчета будем рассматривать один учебный год, но все курсы, обучающиеся на образовательной программе.

Количество ставок, выделяемых на образовательную программу исходя из объема контингента обучающихся, рассчитывается по формуле

$$St_k = N / K_F,$$

где N – объем контингента обучающихся на образовательной программе; K_F – коэффициент пересчета контингента в ставки.

Количество ставок, задействованных при планировании учебной работы по образовательной программе, рассчитывается следующим образом:

$$St_n = \left(\sum_{i=1}^M (V_i \times Tk_i \times R_i) / P_i \right) / K_{St},$$

где V_i – объем i -го ресурса из учебного плана образовательной программы; Tk_i – норма времени, преобразующая часы учебного плана в часы, необходимые для планирования педагогической работы (может быть как понижающим коэффициентом, так и повышающим); R_i – количество ресурса необходимого для реализации i -го ресурса образовательной программы; P_i – количество учебных планов, участвующих в потоке ресурса, если ресурс не поточный, то $P_i = 1$; M – количество ресурсов, рассчитанных из учебного плана образовательной программы; K_{St} – коэффициент, переводящий часы в ставки.

Если в результате расчета $St_k \geq St_n$, то образовательную программу можно считать рентабельной, в противном случае получается, что для реализации образовательной программы требуется больше ставок, чем обеспечивает контингент, обучающийся на этой образовательной программе.

При таком подходе можно определить перечень нерентабельных образовательных программ и оценить покрываются ли их расходы за счет рентабельных программ. Это важно, так как новые программы необходимо вводить в вуз для привлечения интереса к образовательному учреждению, однако новые образовательные программы не всегда бывают рентабельными на этапе их введения в образовательный процесс.

Литература

1. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 20.07.2016 №884 «О значениях базовых нормативов затрат на оказание государственных услуг в сфере образования и науки, молодежной политики, опеки и попечительства несовершеннолетних граждан и значений отраслевых корректирующих коэффициентов к ним».
2. Распоряжение Правительства РФ от 30.04.2014 №722-р «Об утверждении плана мероприятий (“дорожной карты”) “Изменения в отраслях социальной сферы, направленные на повышение эффективности образования и науки”».
3. Постановление Минтруда РФ от 30.06.2003 №41 «Об особенностях работы по совместительству педагогических, медицинских, фармацевтических работников и работников культуры».
4. Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.12.2014 № 1601 «О продолжительности рабочего времени (нормах часов педагогической работы за ставку заработной платы) педагогических работников и о порядке определения учебной нагрузки педагогических работников, оговариваемой в трудовом договоре».

Т.В. Вахний, С.А. Зиновьев, И.П. Бесценный

*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия*

ТЕОРЕТИКО-ИГРОВОЙ ПОДХОД К ЗАЩИТЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ И АЛГОРИТМ «THOMPSON SAMPLING»

Теоретико-игровые методы используются для моделирования защиты компьютерных систем и сетей с целью оптимизации расходов на программные средства защиты. В таких моделях участвуют два игрока: администратор безопасности, выбирающий программно-аппаратные средства защиты, и злоумышленники, использующие различные сочетания способов атак. В платёжной матрице игры на пересечении каждой строки (сочетания атак) и столбца (средства защиты) стоит значение суммы ущерба от соответствующей стратегии атаки и стоимости программных средств соответствующей стратегии защиты. Известный способ нахождения оптимальной смешанной стратегии – сведение к задаче линейного программирования и решение её симплекс-методом [1].

Однако с увеличением числа способов атак и средств защиты экспоненциально растёт размер платёжной матрицы. Это приводит к тому, что для решения подобных задач с учетом всех возможных стратегий игроков может потребоваться достаточно продолжительное время [2]. Поэтому становится более актуальным нахождение решения игр методами, которые менее затратны на вычислительные ресурсы [2–4].

В данной работе для решения матричной игры между злоумышленниками и администратором безопасности были использованы идеи алгоритма Thompson sampling [3; 4].

Этот алгоритм основан на использовании бета-распределения случайной величины, плотность вероятности которого сосре-

доточена на интервале $[0; 1]$ и равна $f(x, \alpha, \gamma) = \frac{x^{\alpha-1}(1-x)^{\gamma-1}}{B(\alpha, \gamma)}$, где

$B(\alpha, \gamma) = \int_0^1 x^{\alpha-1}(1-x)^{\gamma-1} dx$ – бета-функция. Семейство бета-рас-

пределений является сопряжённым к семейству функций правдоподобия и для биномиальных, и для отрицательных биномиальных распределений. Вычисление апостериорных вероятностей заменяется простыми алгебраическими манипуляциями над параметрами [5].

Именно, начиная со значений $\alpha_i = 1$ и $\gamma_i = 1$, при которых бета-распределение совпадает с равномерным распределением, для каждой стратегии защиты номер i значение гипотетической вероятности её выбора p_i определяется как результат испытания случайной величины. На каждой итерации выбирается случайная атака, ищется самая худшая стратегия защиты администратора безопасности с самым большим ущербом θ_{\max} и самая лучшая стратегия с самым маленьким ущербом θ_{\min} из платежной матрицы. После этого гипотетические вероятности p_i стратегий защиты номер i определяются как результат испытания случайной величины, имеющей бета-распределение с новыми параметрами. Для самой лучшей стратегии $\alpha_i^* = \alpha_i + \theta_{\max} - \theta_{\min}$; $\gamma_i^* = \gamma_i$, для остальных $\alpha_i^* = \alpha_i$; $\gamma_i^* = \gamma_i + \theta_i - \theta_{\min}$. При этом вероятности более лучших стратегий увеличиваются, а более худших – уменьшаются. Для более точного решения матричной игры нужно провести большое количество итераций. На последнем шаге алгоритма выбирается максимальное значение в массиве вероятностей, а индекс, указывающий на максимальный элемент, оказывается номером лучшей стратегии защиты.

На основе описанного подхода было создано программное приложение, которое позволяет рассчитывать оптимальный набор средств защиты компьютерной информации с применением алгоритма Thompson sampling. Для платежной матрицы из 5 видов защиты и 16383 сочетаний атак 100 000 итераций прошли за 8 мс. При решении этой же задачи симплекс-методом потребо-

валось 30 мс. С дальнейшим увеличением участвующих в игре средств защиты и атак, растет общее количество возможных партий игры и размер платежной матрицы. Поэтому выигрыш во времени нахождения решения таким способом по сравнению с традиционным будет увеличиваться.

Литература

1. *Гуц А.К., Вахний Т.В.* Теория игр и защита компьютерных систем: учебное пособие. Омск: Изд-во Ом. гос. ун-та, 2013. 160 с.
2. *Вахний Т.В., Гуц А.К., Пахотин И.Ю.* Определение оптимального набора средств защиты компьютерной системы методом Монте-Карло // Математические структуры и моделирование. 2018. № 1 (45). С. 148–158.
3. *Thompson W. R.* On the likelihood that one unknown probability exceeds another in view of the evidence of two samples // *Biometrika*. 1933. С. 285–294.
4. *Agrawal S., Goyal N.* Analysis of Thompson sampling for the multi-armed bandit problem // arXiv preprint arXiv: 1111.1797. 2011.
5. *Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф.* Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М.: Наука, 1985. 640 с.