

§1. Комбинаторные конфигурации

(п. 1) Выборки

Правильно
считают
(или)

Если элемент $a \in A$
м-о выбрать (m) способами,
элемент $b \in B$ — (n) способами,
то выбор м-та $x \in A \cup B$
м-о осуществить $(n+m)$ способами.

График
производства

41

Если элемент $a \in A$ можно выразить (m) способами, и после

каждого такого выбора элемент $v \in B$ m -о выбором (1) способом, то выбор парой $(a, b) \in A \times B$ φ указывает порядок m -о осуждать $(n \cdot m)$ способом.

Опр Набор элементов (a_1, \dots, a_k) ,
из ^{всех} множества $M = \{a_1, \dots, a_n\}$
будет называться выборкой (комби-
нацией) объема k из n элементов

Схема выбора

с возмущением
(с повторением)

\downarrow

дег дугор-а
(дег ностор-а)

упорядоченная

незасредот.

$$M = \{1, 2, 3\} \quad n=3 \quad k=2$$
$$\begin{array}{r} 57 \\ 115 \\ \hline 23 \\ \hline 3 \end{array}$$

5	1	2	2
1	1	3	3
	2	3	2
<hr/>			
			6

CTT	12	11
HTT	13	22
	23	33
	6	

CT	12	21	11
Y	13	31	22
	23	32	33

9

Размещенный

④

$\{A_n^k = n(n-1)\dots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!} \mid n \geq k\}$
число перестановок элементов

Число различных способов $(n>k)$ разнести по (k) ящикам (n) предметов

свое $n=k$, то выборка даст
лучший порядок
исследования элементов. $\rho = 17\%$
перестановки

$$\{A_n^k = n^k \mid n \leq K\}$$

$\{A_n^k = n^k\}$ классический способ
разложить по k элемент
предметы n серией

Многие разгневаются и не поверят -ся
мне в верность!

разместить (к) и прометать
на (и) эскадре!

БП: 1 серия - 1 серия
СП: 1 серия - 1 серия

Deal (2) in pegboard

Doel (K) inbegrepen

Coremanuul

1714

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

можно разложить способ
выдать \textcircled{R} представлять
мощность, совершенство
 \textcircled{M} представ

$$\{C_n^k = C_{n+k-i}^k = C_{n+k-i}^{n-1} \mid n \in \mathbb{N}\}$$

Число различных способов
выбрать (к) предметов из
множества, состоящего из (n) предметов
равно

2. могут остаться
и оформленные срок срок

keep

Размещение — выборки размещаются или в виде входящих в них предметов, или переставкой их следование.

Сочетание — выборки размещаются в виде входящих в них предметов.

Док-во формулы:

① Размещение БП.

размещаем по (k) элем-м (n) предметов

В первую ячейку м-о положить любой из n предметов; во 2-ю — из оставшихся (n-1) предметов, в k-ю — из (n-(k-1)) предметов. По правилу произведения:

$$A_n^k = n(n-1) \dots (n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

② Размещение СП

размещаем по (k) ячейкам (n) предметов

В 1-ю ячейку м-о положить любой из n предметов, во 2-ю — также любой из n предметов \Rightarrow по правилу произведения $A_n^k = n^k$.

③ Сочетание БП

Каждое сочетание БП дает k! размещений БП \Rightarrow

$$C_n^k \cdot k! = A_n^k \Rightarrow C_n^k = \frac{A_n^k}{k!}$$

④ Сочетание СП.

П.к. порядок не важен, то любое сочетание СП м-о представить в виде:

$$\underbrace{a_1 \dots a_1 | a_2 \dots a_2 | \dots | a_n \dots a_n}_{k + (n-1)}$$

т.е. k + (n-1) вертикальных линий

\Rightarrow любую такую выборку м-о задать выбором из (k+n-1) мест (n-1) мест для вертикальных линий из БП \Rightarrow всего C_{n+k-1}^{n-1} способов.

$$n=5 \quad k=7$$

$$*|*|*|*|*|*|* \Rightarrow 1223355$$

$$|*|*|*|*|*|*|* \Rightarrow 2222234$$

п2) Перестановки с повторениями

(пример того, как одна комбин. конфигурация сводится к другой)

Имеется предметов (m)

сортов. сколько I перестановок из

n_1 предметов 1-го типа

n_2 — " — 2-го — " —

\vdots

n_m — " — m -го типа?

Рассмотрим мультимножество

(совокупность) — мн-во, в котор.

могут содержаться одинаковые

элементы:

$$\underbrace{a_1, \dots, a_1}_{n_1}, \underbrace{a_2, \dots, a_2}_{n_2}, \dots, \underbrace{a_m, \dots, a_m}_{n_m}, \quad \sum n_i = M$$

$$|M| = n_1 + n_2 + \dots + n_m = N$$

Если бы все элементы были

различными, то получили

$$(n_1 + n_2 + \dots + n_m)! = N! \text{ перестановок.}$$

Но в данном случае некоторые

перестановки будут совпадать. (4)
Всего совпадающих перестановок

$$n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_m! \Rightarrow \left\{ P_n(n_1, n_2, \dots, n_m) = \frac{N!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_m!} \right\}$$

Перестановки с повторениями

тесно связаны с сочетаниями;

из всех N мест, n_1 место

занимает n_1 -тый 1-го типа,

выбрать для них место m -о

$C_{N-n_1}^{n_1}$ способами; из оставшихся

$(N-n_1)$ мест n_2 места занимает

n_1 -тый 2-го типа, выбрать

для них места m -о $C_{N-n_1-n_2}^{n_2}$ способами

$$\text{и т.д.} \Rightarrow P_n(n_1, \dots, n_m) = C_{N-n_1}^{n_1} \cdot C_{N-n_1-n_2}^{n_2} \cdot \dots \cdot C_{n_m}^{n_m} =$$

$$= \frac{N!}{(N-n_1)! n_1!} \cdot \frac{(N-n_1)!}{(N-n_1-n_2)! n_2!} \cdot \dots \cdot \frac{(n_m)!}{0! n_m!} =$$

$$= \frac{N!}{n_1! \cdot n_2! \cdot \dots \cdot n_m!}$$

Сколько I перестановок из букв сл. МАССА

$$P_5(1, 2, 2) = \frac{5!}{2! 2! 1!} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{2 \cdot 2} = 30.$$